الجمهورية العراقية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



لطلبة الصفوف الثالثة فيزياء

تأليف

الدكتور
حسن محمد جواد الشربتي

الدكتورة
بتول حميد فرج الخياط

الدكتور صبحي كمال حسون

كلية التربية
جامعة بغداد

المقدمة

إنطلاقا من مبدأ الحزب القائد -حزب البعث العربي الاشتراكي -في تشجيع الحركة العلمية في قطرنا المناضل وتمشياً مع سياسة تعريب الدراسة الجامعية تم تأليف هذا الكتاب ووضعه بين ايدي أعزائنا الطلبة للمرحلة الثالثة في فرع الفيزياء في كليات التربية وذلك في جامعات القطر لعدم وجود كتاب مقرر في علم البصريات الفيزياوية باللغة العربية وافتقار مكتباتنا لمثل هذا الكتاب.

ولقد كان لأجدادنا القدامى من عرب العراق فضلٌ كبير في توسيع وتطوير هذا العلم وبالاخص العالم العربي العراقي حسن أبن الهيثم الذي فند عدة نظريات قديمة حول تفسير ظاهرة الضوء والرؤية ووضع نظريات علمية حديثة أصبحت أساساً للدراسات المتقدمة في هذا العلم وتطوره ولا يخفى على القارىء ماستجد في هذا العلم ابتداءً من استعمال العدسات الالكترونية الى الاغشية الرقيقة وكذلك الليزر واستعمالاته الطبية والعسكرية والصناعية والمواصلات.

إنّ دراسة هذا العلم الحيوي في تأريخ البشرية مهمة جداً لفهم كثير من الظواهر الطبيعة التي تظهر في حياة الانسان اليومية.

لقد وضع هذا الكتاب وفقا للمناهج والمفردات التي أقرتها لجنة شؤون التعليم ومكتب السيد نائب رئيس مجلس قيادة الثورة - لطلبة الصفوف الثالثة قسم الفيزياء في كليات التربية في جامعات القطر وبذلنا جهوداً كبيرة لجعل هذا الكتاب متكاملاً في لغته وتسلسل مواضيعه ووضوح اسلوبه واننا في الوقت نفسه نرحب باي نقد بناء او تعديل علمي أو أي اقتراح آخر يراه القارىء الكريم أفضل من الصيغة التي جاء بها في هذا الكتاب.

وأخيراً لايسعنا الا ان نقدم شكرنا الجزيل لزميلنا الدكتور يعقوب عزيز يعقوب لمراجعته مسودة هذا الكتاب وعلى أرائه القيمة وكذلك نسجل شكرنا للاخ الدكتور حاتم صالح القاضي مقرر قسم اللغة العربية في كلية الآداب بجامعة بغداد لتجشمه عناء تصليح الاخطاء اللغوية عند مراجعته مسودة الكتاب.

ونأمل أن نكون قد حققنا خدمة لأعزائنا الطلبة وزملائنا مدرسي هذه المادة والله ولي التوفيق.

المؤلفون

الفصل الاول

انتشار الضوء

1 – 1 الظواهر البصرية الاولية وطبيعة الضوء :

الاشعة الضوئية . كما عرفها نيوتن . عبارة عن جسيمات صغيرة جداً تنبعث من المواد المتألقة . وكان تعريف نيوتن هذا بسبب كون مسار الضوء الظاهري في الوسط المتجانس بشكل خطوط مستقيمة . وهذا ما يدعى بقانون الانتشار بخطوط مستقيمة Rectilinear propagation law وتكون الظلال مثال على صحة هذه النظرية .

وفي عصر نيوتن ظهرت فرضية اخرى للضوء من قبل العالم هايجنز Huygens Christiaan (1629 – 1695) الذي اعتبر الضوء حركة موجية تنبعث من المصدر الضوئي بجميع الاتجاهات . حيث استخدم الموجات الاساسية والمويجات الثانوية الناتجة منها لتفسير القوانين الاساسية لظاهرتي الانعكاس والانكسار وتمكن كذلك من تفسير بعض الظواهر البصرية بالاعتماد على فرضيته الموجية مثل ظاهرة التداخل من الاغشية الرقيقة (Thin Films) والتي تنتج عنها حزم مضيئة واخرى مظلمة نتيجة الانعكاس . وتمكن ايضاً من تفسير حيود الضوء عند العوائق (Obstacles) .

انا نعرف الآن . وبفضل علاقات ماكسويل Clerk Maxwell (1831 – 1879) .

ان الضوء المرئي عبارة عن شكل من اشكال الطاقة الكهرومغناطيسية التي تدعى بالموجات الكهرومغناطيسية (Electromagnetic Waves) .

ان الطيف الكامل للموجات الكهرومغناطيسية تشمل الموجات الراديوية . والاشعة تحت الحمراء والطيف المرئي والذي يشمل الالوان من الاحمر الى اللون البنفسجي والاشعة فوق البنفسجية الاشعة السينية واشعة كاما ونحن نعلم كذلك من النظرية الكمية التي انشأها الرواد بلانك . انشتاين وبوهر ان الطاقة الكهرومغناطيسية مكممة Quantized اي تتألف من كميات منفصلة تشع او تمتص من قبل المجال الكهرومغناطيسي وتدعى بالفوتونات (Photons)

ولذلك فان المفهوم الحديث للضوء يحتوي على اساسيات فرضيتي نيوتن وهايجنز ولهذا يقال بان الضوء يمتلك طبيعة ازدواجية Dual Nature ففي تجربة التداخل مثلاً . يتصرف الضوء كأنه ذات طبيعة موجية بينما في ظاهرة الكهروضوئية (Photoelectric Effect) يتصرف الضوء كأنه يتألف من جسيمات.

والآن اذا سأل سائل : ماهي حقيقة الضوء؟ ان الجواب عن هذا السؤال غير بسيط ، اذ لايوجد نموذج لنشبهه به ولكن مع ذلك فاننا ولكي نفهم حقيقة الضوء لانحتاج الى شيء نشبه به .ولكننا نعرف انه لايوجد تفسير نظري متين وواضح لجميع الظواهر البصرية اعدت بالاعتماد على النظرية الكهرومغناطيسية لماكسويل والنظرية الكمية. حيث تعالج نظرية ماكسويل انتشار الضوء، بينما النظرية الكمية تعني بتفاعل الضوء مع المواد او انبعاث وامتصاص الضوء وبما ان النظرية الكهرومغناطيسية والنظرية الكمية تفسر ظواهر فيزيائية اخرى اضافة الى الظواهر التي لها علاقة بالاشعاع الكهرومغناطيسي ،فاننا يمكن ان نقول بان طبيعة الضوء قد فهمت بامعان وذلك على الاقل من الناحية الرياضية التي تتفق مع النتائج التجريبية.

1 – 2 الثوابت الكهربائية وانطلاق الضوء :

من الممكن تمثيل الحالة الكهرومغناطيسية لنقطة في الفراغ لمتجهين، المجال الكهربائي $\vec{E}$ والمجال المغناطيسي $\vec{H}$ ففي حالة السكون (الحالة الستاتيكية) نلاحظ ان كل من $\vec{H}$, $\vec{E}$ لايعتمد احدهما على الآخر ،ويمكن ايجادهما ،على التوالي، من توزيع الشحنات والتيارات في الفضاء اما في الحالة الحركية (الحالة الداينامیكية)فهناك علاقة بين المجالين مع الزمن كما هو موضح في المعادلة في ادناه:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \text{.......... (1)}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{.......... (2)}$$

وعند عدم وجود شحنات فان:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad \text{.................... (3)}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad \text{.................... (4)}$$

ان المعادلات الاربعة في اعلاه ، تمثل بصورة عامة معادلات ماكسويل في الفراغ . ويمكن اعتبار هذه المعادلات معادلات تفاضلية اساسية للمجال الكهرومغناطيسي عند عدم وجود مادة . اما الثابت μ_0 فيدعى بثابت النفوذية في الفراغ (Permeability of the Vacuum) والذي يساوي :

$. 4\pi \times 10^{-7} \dfrac{\text{henries}}{\text{meter}}$

أما الثابت ε_0 فهو يمثل السماحية Permittivity في الفراغ ومقداره $8.854\times10^{-12} \dfrac{\text{farads}}{\text{meter}}$.

والان يمكن فصل كل من المجالين $\vec{H}$ ، $\vec{E}$ في اي من المعادلتين في اعلاه بطريقة رياضية بسيطة ونحصل على :

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \text{............ (5)}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = -\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \qquad \text{............ (6)}$$

ومن استخدام المعادلتين 3 و 4 نحصل على :

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \text{............ (7)}$$

$$\nabla^2 H = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \qquad \text{............ (8)}$$

$$c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2} \qquad \text{............ (9)}$$

ولذلك فان المجالين يحققان نفس المعادلة التفاضلية الاساسية التالية :

$$\nabla^2 (\quad) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\quad)}{\partial t^2}$$

وهذه تدعى بالمعادلة الموجية . حيث يمكن تطبيق هذه المعادلة على عدة ظواهر فيزياوية مثل الذبذبات الميكانيكية لوترما ، الامواج الصوتية ، الاغشية المتذبذبة ... الخ
ان التغير في انتشار المجالين $\vec{H}$ ، $\vec{E}$ في الفراغ يساوي السرعة c والتي تبلغ : c

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \simeq 3 \times 10^8 \text{m/sec}$$

لقد تم قياس المقدار $(\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2}$ في المؤسسة الوطنية للمقاييس National Bureau of Standard في امريكا بصورة مضبوطة في سنة 1907 كما يلي :

وجدت اولاً قيمة متسعة بطريقة حسابية بوحدات الكهروستاتيكية وذلك بقياس ابعادها الفيزيائية وبعد ذلك قيست نفس المتسعة بوحدات الكهرومغناطيسية باستخدام قنطرة (Bridge) . ان نسبة قيمتي المتسعة بالوحدتين وبوحدات النظام المتري هي عبارة عن $(\mu_0\varepsilon_0)^{-1/2}$ ووجدان قيمتها تساوي $2.99784 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ومن جهة اخرى

وجد من قبل عدد من العلماء ان سرعة انتشار الضوء c في الفضاء ، ضمن حدود اخطاء التجربة ، هي ثابتة وتساوي $(\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2}$ إن مقدار قيمة c كانت قد نشرت من قبل نفس المؤسسة الوطنية للمقاييس في سنة 1963 و كانت :

$$c = (2.997925 \pm 9.000003) \times 10^8 \ \frac{m}{s} \quad \text{.......... (10)}$$

سرعة الضوء في وسط مادي :

ان معادلات ماكسويل للمجالين الكهربائي $\vec{E}$ والمغناطيسي $\vec{H}$ في وسط متجانس وغير موصل هي نفسها في الفراغ وذلك بعد استبدال الثابتين μ_0 ، ε_0 بثابتي الوسط μ ، ε الذي تنتقل فيه الامواج ولذلك فان سرعة انتقال المجالات الكهرومغناطيسية في الوسط ستصبح :

$$v = (\mu\varepsilon)^{-1/2} \quad \text{........... (11)}$$

ويدعى حاصل قسمة ε على ε_0 بمعامل العزل الكهربائي Dielectric Constant او بثابت السماحية النسبية K ، اي ان :

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \text{........... (12)}$$

وان

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_0} \quad \text{............. (13)}$$

حيث K_m يدعى بثابت النفاذية النسبي Relative Permeability

ان السرعة v يمكن كتابتها بدلالة كل من الثابتين K_m ، K وكما يلي :

$$v = (\mu\varepsilon)^{-1/2} = (K_m \mu_0 K \varepsilon_0)^{-1/2} = c\,(K K_m)^{-1/2} \quad \text{........... (14)}$$

ان نسبة سرعة الضوء في الفراغ الى سرعة الضوء في الوسط يسمى بمعامل الانكسار (Index of Refraction) . اي ان :

$$n = \frac{c}{v} = (K K_m)^{1/2} \quad \text{........... (15)}$$

ولكن اغلب الاوساط الشفافة بصرياً تتألف من مواد غير مغناطيسية ولذلك فان :

$K_m = 1$

$n = K^{1/2}$ .... (16)

لقد وجد ان معامل االانكسار "n" للمادة يعتمد على تردد الشعاع الساقط . وهذه الحقيقة تصح بالنسبة لجميع الاوساط الشفافة بصرياً . ان تغير معامل الانكسار مع التردد يدعى بالتبعثر (Dispersion). وما انقسام الضوء الى الوانه السبعة بعد مروره في الموشور الزجاجي الا مثال على ظاهرة التحلل . ولكي نفسر ظاهرة التحلل يجب علينا ملاحظة حركة الالكترونات في الاوساط البصرية التي يخترقها الضوء .
وسوف نشرح نظرية التحلل في الفصل الخامس من هذا الكتاب .

الامواج التوافقية البسيطة . سرعة الطور :

اذا استخدمنا الاحداثيات المتعامدة وحللنا متجهة الموجة في المعادلتين (8) . (9) الى مركباتها فسوف نلاحظ ان كلاً من المركبتين $\vec{H}$. $\vec{E}$ تحققان المعادلة الموجية العامة التالية :

$$\nabla^2 U = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad \text{.......... (17)}$$

ان الكمية U في المعادلة يمكن ان تمثل اي مركبة من مركبات المجاليـن وهـي :

H_z . H_y . H_x . E_z . E_y . E_x

والان دعنا نتصور حاليا الحالة الخاصة التي يكون فيها التغير الفضائي للكمية U في اتجاه احداثي معين . مثلاً باتجاه المحور Z . في هذه الحالة تكتب الكمية ∇^2 على شكل $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ومعادلة (17) تصبح :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad \text{............ (18)}$$

وبالتعويض المباشر يمكن البرهنة على ان الدالة :

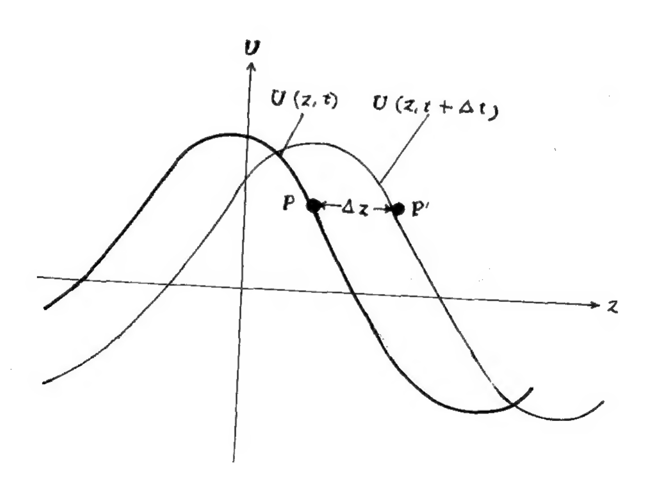
$$U(z,t) = U_0 \cos(kz - \omega t) \quad \text{........... (19)}$$

تحقق المعادلة الموجية رقم (18) على شرط ان تكون نسبة الثابتين k.w تساوي الكمية الثابتة v . اي ان :

$$v = \frac{\omega}{k} \quad \text{............ (20)}$$

ان الحل الخاص للمعادلة (19) يعتبر اساساً في دراسة البصريات . حيث يمثل الحل بما يعرف بالموجة التوافقية المستوية Plane Harmonic Wave الشكل (1 – 1) يمثل علاقة الدالة $U(z,t)$ مع المسافة باتجاه المحور z. من الشكل نلاحظ انه لقيمة معينة من تتغير الدالة $U(z,t)$ توافقياً مع الزمن . ان التردد الزاوي لهذا التغير في الزمن هو عبارة عن الثابت . وفي لحظة مانلاحظ ان دالة الموجة تتغير توافقياً مع z. ان مايدعى بالتردد الفضائي "Spatial Frequency" لهذا التغير هو الثابت (ω) . والذي يعرف بالعدد الموجي Wave number وهذا الثابت يختلف عن العدد الموجي الطيفي Spectroscope Wave Number والذي يساوي $\frac{k}{2\pi}$. ولذلك فان k يمثل عدد الموجات الكاملة في مسافة مقدارها 2π ، في حين ان العدد الموجي الطيفي هو عبارة عن عدد الموجات الكاملة لوحدة الطول .

ومن دراسة الدالة في الشكل (1 – 1) نلاحظ ان في زمن معين مثل t ، يظهر المنحنى



الشكل (1–1) منحني يبين العلاقة بين z , u لوقتين و t , t + Δt)

كدالة جيب تمام معينة. وفي لحظة اخرى مثل $t + \Delta t$ ، نلاحظ ان المنحني ككل كان قد زحف باتجاه محور z لمسافة Δz . حيث:

$$\Delta z = v\Delta t$$

حيث المسافة Δz هي عبارة عن المسافة بين أي نقطتين لهما نفس الطور مثل P', P في الشكل . ولهذا السبب تدعى v بسرعة الطور (Phase velocity).

والآن نعود الى المعادلة (17) والتي تمثل موجة توافقية مستوية بثلاثة ابعاد Three dimensions. يمكن البرهنة على ان الدالة التالية هي عبارة عن حل لهذه المعادلة.

$$U(x, y, z, t) = U_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \qquad \ldots (21)$$

حيث تعرف متجهة المكان $\vec{r}$ بأنها:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z \qquad \ldots (22)$$

و $\vec{k}$ عبارة عن:

$$\vec{k} = \vec{i}k_x + \vec{j}k_y + \vec{k}k_z \qquad \ldots (23)$$

ولكي نشرح ونفسر المعادلة (21) ، دعنا ندرس مايعنيه الحد:

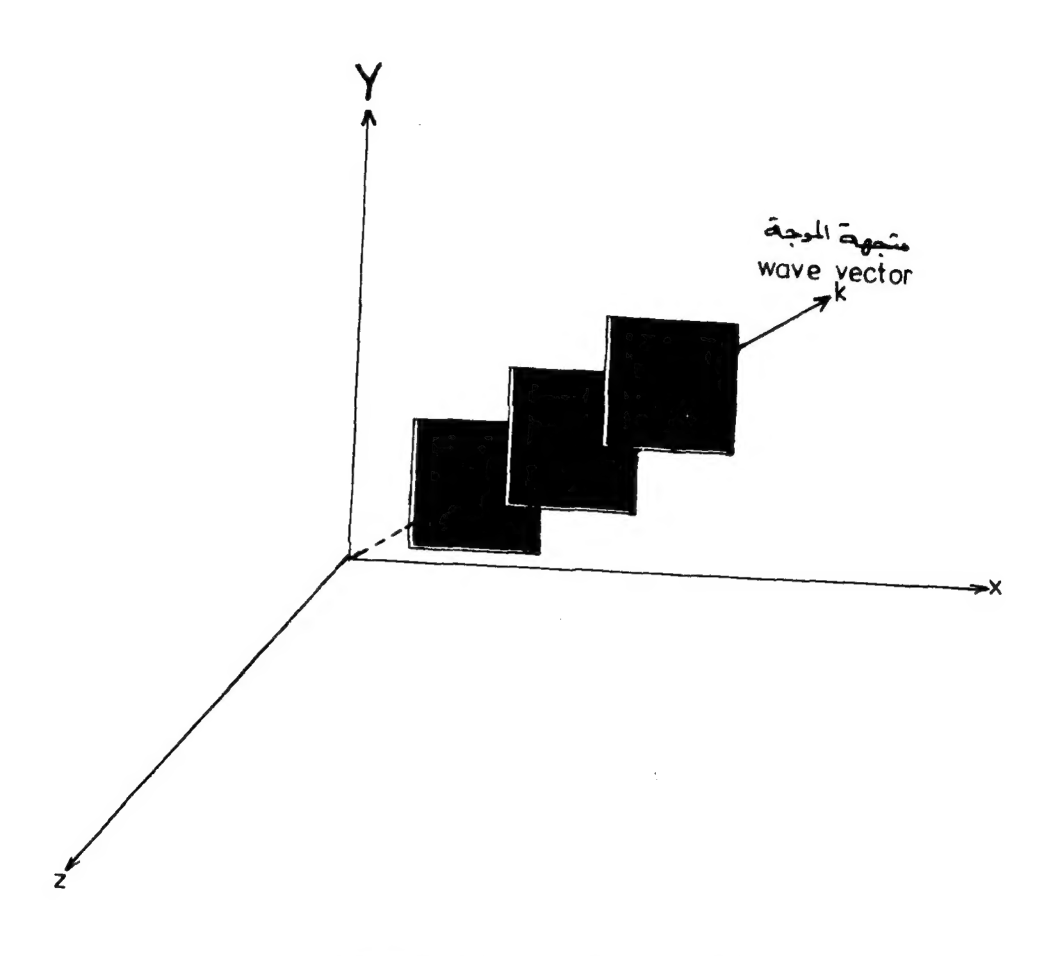
$$\cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

إن مقادير ثابتة من هذه الكمية تمثل مجموعة من المستويات في الفضاء والتي تعرف بالسطوح المتساوية الطور Surfaces of constant phase ، اي ان:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t = k_x x + k_y y + k_z z - \omega t = \text{كمية ثابتة} \qquad \ldots (24)$$

ونستدل من هذا ان اتجاهات الجيب تمام للمستويات الثابتة الطور تتناسب مع مركبات متجهة الموجة $\vec{k}$. وهذا يعني ان $\vec{k}$ هو عمودي على السطوح الموجية كما في الشكل (1 – 2) وكذلك بالاعتماد على المعادلة السابقة. نلاحظ ان هذه السطوح الموجية تسير باتجاه $\vec{k}$ بسرعة تساوي سرعة الطور اي ان

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}} \qquad \ldots (25)$$



الشكل (1 2) السطوح المتساوية الطور لموجة مستوية

حيث ان طول الموجة λ تعرف بانها المسافة المقاسة باتجاه انتشار الموجة . بحيث U تقطع مسافة دورة كاملة. والآن اذا افترضنا ان T هو زمن دورة كاملة (ذبذبة كاملة) ومقلوبها $\frac{1}{T}$ هو عبارة عن عدد الذبذبات الكاملة لوحدة الزمن والذي يعرف بالتردد f . و λ تمثل المسافة التي تقطعها الموجة في زمن مقداره T فان :

$$vT = \lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad \ldots (26)$$

$$T^{-1} = \frac{v}{\lambda} = f = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \ldots (27)$$

مصادر الامواج الكهرومغناطيسية :

ان الاشعاعات الكهرومغناطيسية تنبعث نتيجة لاهتزاز الشحنات الكهربائية ومن معرفة تردد هذه الذبذبات يمكننا تحديد نوع الاشعاع المنبعث واما انواع اجزاء الطيف الكهرومغناطيسي

فهي مصنفة تبعاً للطول الموجي والتردد كما هو مبين في الجدول (1 - 1) وحدات الطول الموجي المستخدمة عموماً في المنطقة البصرية هي :

الوحدات		الرمز	مايكافؤه
المايكرون	micron	μm	$10^{-6}m$
النانومتر	nanometer	n m	$10^{-9}m$
الانكستروم	Ångström	Å	$10^{-10}m$

جدول (1-1)
الطيف الكهرومغناطيسي

نوع الاشعاع		التردد	الطول الموجي	الطاقة الكمية
المنطقة الموجية	موجات الراديو	10^{9}Hz أو أقل	300 mm أو أطول	0.000004 eV أو أقل
	الموجات الدقيقة (الماكروويف)	من 10^{9}Hz الى 10^{12}Hz	من 30 mm الى 0.3 mm	من 0.004 eV الى 0.000004 eV
المنطقة البصرية	الاشعة تحت الحمراء	من 10^{12} Hz الى 4.3×10^{14}Hz	من 300 μm الى 0.7 μm	من 0.004 eV الى 1.7 eV
	الاشعة المرئية	من 4.3×10^{14} الى 5.7×10^{14}Hz	من 0.7 μm الى 0.4 μm	من 1.7 eV الى 2.3 eV
	الاشعة فوق البنفسجية	5.7×10^{14}Hz الى 10^{6} Hz	من 0.4 μm الى 0.03 μm	من 2.3 eV الى 40 eV
المنطقة الشعاعية	الاشعة السينية	10^{16}Hz الى 10^{19} Hz	من 300 A الى 0.3 A	من 40 eV الى 40,000 eV
	أشعة كاما	10^{19} Hz واعلى	من 0.3 A واقصر	40,000 eV واكبر

ملاحظة : Hz يقرأ هرتز *hertz,* وهو عبارة عن وحدات التردد (أي ذبذبة / ثانية).

eV يقرأ الكترون فولت وهي عبارة عن وحدات طاقة، حيث 1.6×10^{-19} Joule = 1ev

10^{3} = 1mm مترا؛ 1 μm (مايكرومتر) = 10^{6} متر.

اذا كانت الشحنات ، في مصدر ما ، تتذبذب بائتلاف واتفاق فان هذا المصدر يدعى بالمصدر المتشاكة Coherent source

اما اذا كان تذبذب الشحنات في المصدر غير متفقة وغير متحدة اي لاتوجد علاقة بين تذبذباتها فان المصدر يدعى بالمصدر غير المتشاكة Incoherent source . ومثال على ذلك مصابيح النيون والمصابيح الاعتيادية (التي تحتوي على فتيلة التنكستن) وانواع اللهب ، ... الخ ان المصادر للموجات الراديوية والموجات الدقيقة (الماكروويف) والمصنوعة من قبل الانسان هي غالباً ماتكون مصادر متشاكهة . وهذه المصادر المتشاكهة وذات الترددات الواطئة هي عبارة عن مذبذبات الكترونية Electronic Oscillators والتي تستخدم فيها اجهزة التضخيم كالصمامات المفرغة Vacuum tubes ، والترانزيستر ، ... الخ

1 ـ 4 طرق اخرى لتمثيل الموجات التوافقية :

لنفترض ان $\vec{n}$ تمثل وحدة المتجهة Unit vector باتجاه متجهة الموجة $\vec{k}$. اي ان

$$\vec{k} = \vec{n} k$$

ولذلك فان المعادلة (21) للموجة التوافقية المستوية تصبح :

$$U_0 \cos [(\vec{n} . \vec{r} - vt) k]$$

ولكن غالباً يكون من المناسب استخدام الكميات المعقدة مثل :

$$e^{iu} = \cos u + i \sin u$$

وبذلك يمكننا كتابة معادلة الموجة التوافقية على شكل :

$$U = U_0 e^{i(\vec{k} . \vec{r} - \omega t)}$$

ولكن يجب ملاحظة ان الجزء الحقيقي من هذه المعادلة هو الذي يمثل بالحقيقة الكمية الفيزيائية المعنية حيث ان الحد الحقيقي يماثل ماهو موجود في معادلة (21) يمكننا ان نبرهن ان المعادلة (28) المعقدة هي بالحقيقة حل لمعادلة الموجة. اما سبب استخدامنا للاسس المعقدة فهو ان الطرق الجبرية اسهل من الطرق الهندسية وفي ادناه سوف نعطي مثالاً عن كيفية استخدام الاسس المعقدة.

الموجات الكروية : (Spherical Waves)

ان الدالتين $\cos(kr-\omega t)$ ، $e^{i(kr-\omega t)}$ لهما قيمتين ثابتين على سطح كرة والتي يمكن ان يكون لها اي نصف قطر مثل r في زمن t . وكلما ازدادت t فان الدالتين تمثلان موجتين كرويتين متمددتين وذلك اذا استثنينا بانهما ليس بحلين لمعادلة الموجة .

وعلى أي حال ، فمن الممكن اثبات ان الدالتين :

$$\frac{1}{r}\cos(kr-\omega t) \quad \text{and} \quad \frac{1}{r}e^{i(kr-\omega t)}$$

هما فعلاً حل لمعادلة الموجة . وتمثلان موجتين كروتين تنتشران بعيداً عن نقطة الاصل لاحظ س2 في نهاية الفصل .

1 - 5 سرعة المجموعة : (Group Velocity)

لنفترض ان لدينا موجتين توافقيتين تختلفان قليلاً في ترددهما الزاوي . كأن يكون تردد الاولى $\omega+\Delta\omega$ والثانية $\omega-\Delta\omega$. عددهما الموجي سيختلف أيضاً وسيكون $k+\Delta k$ و $k-\Delta k$. على التوالي . لنفترض الآن ان الموجتين لهما نفس السعة U_0 وتسير باتجاه محور وعند تطابق هاتين الموجتين فان U يمكن كتابتها باستخدام الدوال المعقدة على الشكل التالي :

$$U = U_0 e^{i[(k+\Delta k)z-(\omega+\Delta\omega)t]} + U_0 e^{i[(k-\Delta k)z-(\omega-\Delta\omega)t]} \qquad (1.29)$$

وباخراج المقادير المشتركة تصبح المعادلة

$$U = U_0 e^{i(kz-\omega t)}\left[e^{i(\Delta kz-\Delta\omega t)} + e^{-i(\Delta kz-\Delta\omega t)}\right] \qquad (1.30)$$

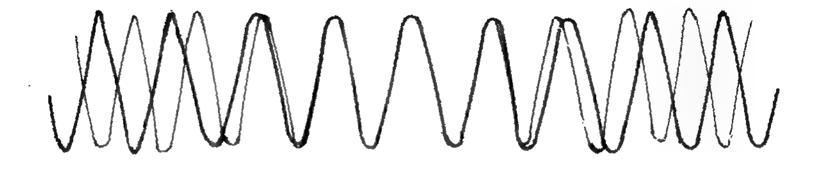
أو

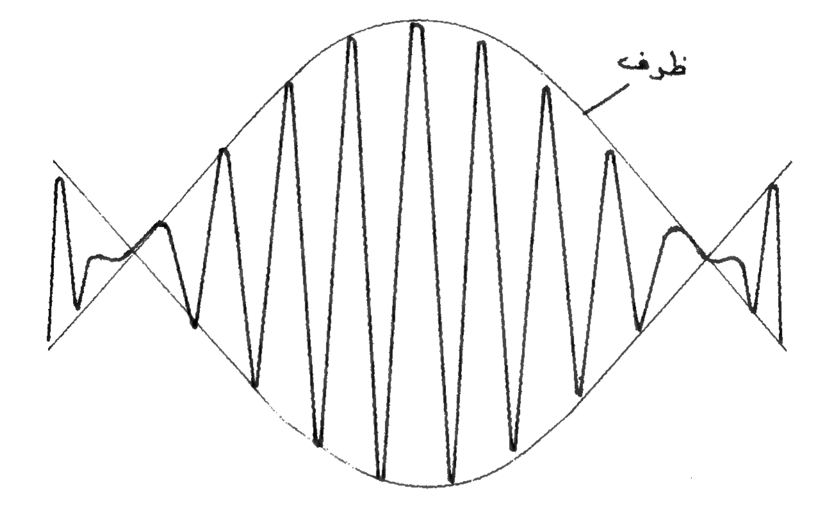
$$U = 2U_0 e^{i(kz-\omega t)}\cos(\Delta kz-\Delta\omega t) \qquad (1.31)$$

والتي تمثل معادلة موجة واحدة : $2U_0 e^{i(kz-\omega t)}$

لها غلاف معدل Modulation envelope مقداره $\cos(\Delta kz-\Delta\omega t)$

كما في شكل (h–3) ان الغلاف المعدل لايسير بسرعة الطور $\frac{\omega}{k}$ لكل من الموجتين وانما بسرعة تساوي $\frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ والتي تدعى بسرعة المجموعة . وسنرمز لسرعة المجموعة بالحرف u . لذلك فان





الشكل (3 -1) الغلاف لموجتين توافقتين متحدتين

$$u = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \quad \ldots (32)$$

وعند اخذ الغاية (Limit) تصبح :

$$u = \frac{d\omega}{dk} \quad \ldots (33)$$

واما اذا كان عدد الموجات اكثر من موجتين فان غلاف الموجة الكلي يسير بسرعة معينة تختلف بصورة عامة عن سرعة كل موجة .

اما اذا احتلت مجموعة الموجة مدى ضيقاً من الترددات ، فان سرعة المجموعة يمكن تحديدها جيداً ويكون لها قيمة وحيدة (Unique Value) . وفي وسط مفرق (Dispersive medium) والذي معامل انكساره " n " يتغير بطريقة معلومة مع العدد الموجي k فان :

$$w = kv = \frac{kc}{n} \qquad \ldots (34)$$

ولذلك نلاحظ أن :

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n} - \frac{ck\,dn}{n^2\,dk} = v\left(1 - \frac{k}{n}\ \frac{dn}{dk}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots 35$$

والتي تبين العلاقة بين u , v لوسط مفرق .

لغرض الحسابات العملية لسرعة الموجة ،سوف نستخدم العلاقتين التاليتين ، والتي سنتركها للطالب لبرهنتها :

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (36)$$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{v} - \frac{\lambda_0}{c}\ \frac{dn}{d\lambda_0} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (37)$$

حيث λ_0 يمثل الطول الموجي في الفراغ .
ان مقدار n في الفراغ هو 1 ، لذلك فان :

$$\frac{dn}{dk} = o$$

وتصبح المعادلة (35)

$$u = v = c \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (38)$$

في الفراغ

لذا فان سرعة المجموعة في الفراغ تساوي سرعة الطور .

هذا ومن الجدير ذكره هو ان معامل الانكسار بالنسبة الى اغلب الاوساط البصرية يزداد بازدياد التردد ولذلك فان $\frac{dn}{dk}$ هي موجبة . وبالنسبة لمثل هذه الاوساط تكون سرعة المجموعة اقل من سرعة الطور ولأن اية اشارة (Signal) يمكن اعتبارها كتعديل (Modulation)* لبعض الامواج المفروضة على موجة مستمرة (Continuous wave) ، فان الاشارة سوف تسير بنفس سرعة الموجة ، وسوف تنتقل ، بصورة عامة ، بسرعة اقل من سرعة الطور . وهذا يصح بالنسبة الى النبضات (Pulses) الكهرومغناطيسية ، واول

من لاحظ هذه الظاهرة عملياً هو العالم مايكلسن . فقد لاحظ ان سرعة النبضات الضوئية في وسط يتألف من ثاني كبريتيد الكاربون والذي معامل انكساره هو 1.64 كانت تساوي $\frac{c}{1.76}$، ولذلك فان سرعة الطور هي $\frac{c}{1.64}$.

وعند قياس سرعة الضوء باستخدام طريقة زمن سير الضوء فيجب علينا ان نفرق بين سرعة الطور وسرعة المجموعة في الوسط الذي ينتقل فيه الضوء ، وكذلك يجب اجراء بعض التصحيحات عند حساب القيم النهائية من التجارب العملية .

1 − 6 ظاهرة دوبلر (The Doppler Effect)

اذا كان مصدر الموجات والمستلم (receiver) لتلك الموجات يتحركان بسرعة نسبية اثناء التقاط الموجات ، فان التردد الذي نلاحظه يتغير بالنسبة الى تردده اثناء سكونه. ان هذه الظاهرة كانت قد درست لاول مرة بالنسبة الى الامواج الصوتية من قبل العالم دويلر J.C.Doppler وكما يأتي : لنفترض ان المصدر الضوئي يبتعد عن المستلم بسرعة تعادل v ، وعدد الموجات f المنبعثة في الثانية ستمتد الى مسافة $c + v$ عوضاً عن c ، حيث c هي سرعة الامواج في الوسط الذي تنتقل فيه الامواج .

ان التردد الملاحظ f' هو عبارة عن عدد الموجات التي تصل المستلم في الثانية الواحدة ويساوي :

---

* التعديل : هو عبارة عن تغير في تردد موجة كهرومغناطيسية بان يسلط عليها موجات اخرى ذات ترددات اكثر بطأً .

$$f' = f\left(\frac{c}{c+v}\right) = f\left(1 - \frac{v}{c} + \frac{v^2}{c^2} - \ldots\ldots\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (39)$$

اما اذا كان المستلم هو الذي يبتعد عن المصدر ، على فرض ان المصدر هو في حالة سكون في ذلك الوسط ، فان سرعة الموجات بالنسبة الى المستلم ستكون $c - v$، وسيكون او مقدار التردد الملاحظ :

$$f' = f\left(\frac{c-v}{c}\right) = f\left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

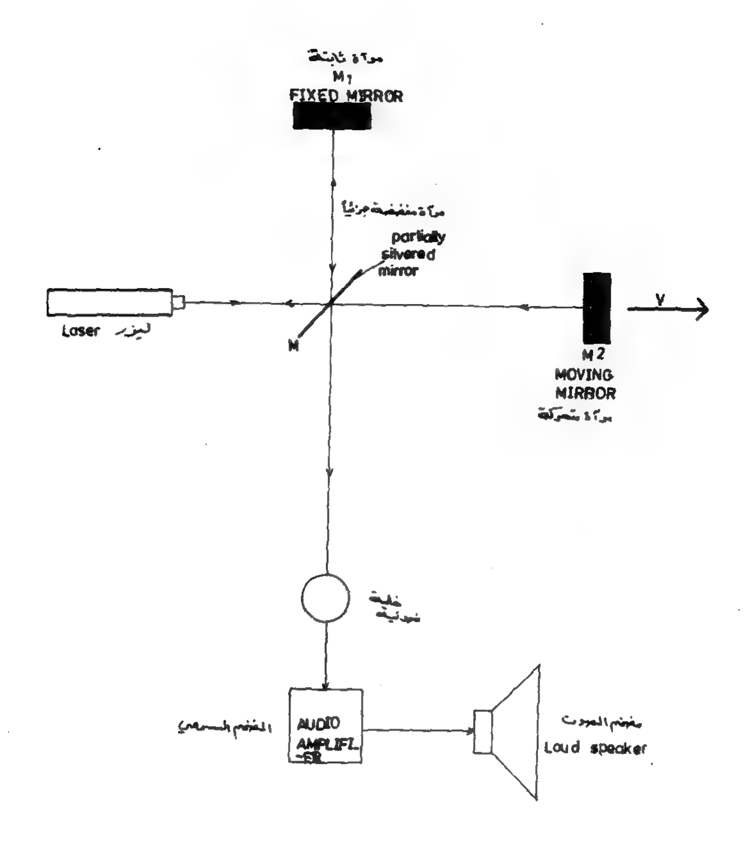
$$\frac{f - f'}{f} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (40)$$

وفي حالة اقتراب كل من المصدر والمستلم بعضهما نحو البعض ، فان اشارة "v" يجب ان تتغير في المعادلات اعلاه .

من معادلة (39) نلاحظ انه كلما كانت "v" صغيرة نسبة الى سرعة الموجة c ، فان الحدود التربيعية ومابعدها يمكن اهمالها لصغرها وبذلك ستتساوى المعادلة رقم (39) والمعادلة التي تليها . اما بالنسبة الى الامواج الضوئية فيمكننا ملاحظة ظاهرة دوبلر مختبرياً وذلك باستخدام الحزم الذرية (Atomic beams) او باستخدام طريقة اخرى وهي انعكاس الضوء من مرآة تتحرك بسرعة معينة .

وعند استخدام مصادر الضوء الاعتيادية فان سرعة المرآة يجب ان تكون كبيرة جداً ، وذلك بربطها بعجلة تدور بسرعة كبيرة .

اما اذا استخدمنا اشعة ليزر ، بدلاً من الضوء الاعتيادي ، كمصدر فان ظاهرة دوبلر يمكن ملاحظتها عندما تكون سرعة المرآة بضع سنتيمترات في الثانية فقط ! والتجربة موضحة في الشكل (1 ـ 4) . ان الضوء الصادر من الليزر ينقسم الى حزمتين بوساطة المرآة المطلية جزئياً بالفضة M.
حيث ان هاتين الحزمتين تنعكس من المرآة الثابتة M_1 وترجع بعد مرورها بالمرآة M الى الخلية الضوئية P . اما الحزمة الثانية فانها تنعكس من المرآة المتحركة M_2. ان الحزمتين تتحدان في P



الشكل (1 - 4) طريقة لملاحظة ظاهرة دوبلر باستخدام اشعة ليزر

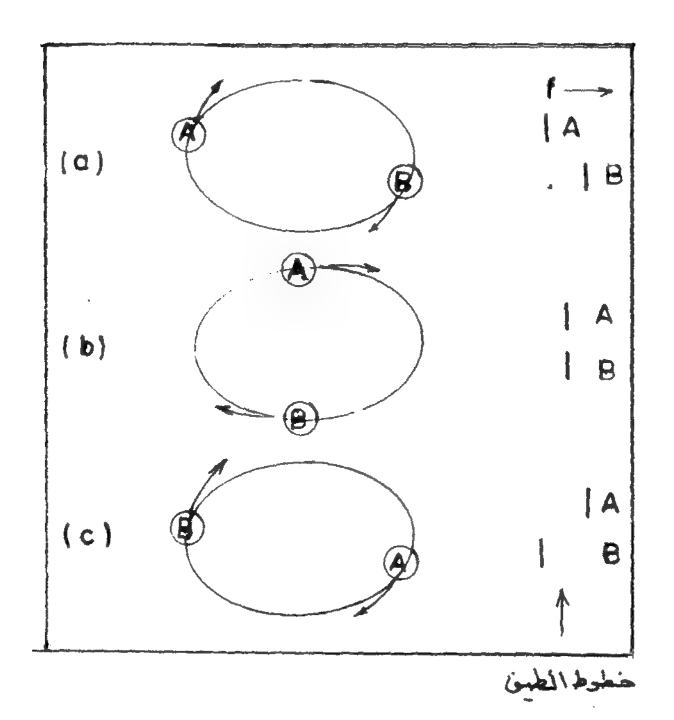
لتوليد ضربة (Beat) ترددها يساوي الفرق Δf بين ترددي الحزمتين. واذا افترضنا ان سرعة المرآة المتحركة هي v_m فان :

$$\frac{\Delta f}{f} = 2v_m / c$$

ان ظهور العامل 2 في المعادلة هو بسبب حقيقة كون السرعة الظاهرية للمصدر الخيالي الناتج عن المرآة المتحركة هو ضعف سرعة المرآة .

ان ازاحة دوبلر (Doppler shifts) لخطوط الطيف هي ظاهرة معروفة في علم الفلك وتستخدم لايجاد حركة الاجسام الفلكية .وكمثال على ذلك تطبيعه

ظاهرة دوبلر على النجوم الثنائية Binary Stars (النجوم الثنائية عبارة عن نجمتين تدوران حول مركز ثقلهما) . حيث وجد ان خطوط طيفها تظهر دورية ومزدوجـة (Periodic doubling) بسبب حقيقة كون احدى النجمتين تقترب من الكرة الارضية والثانية تبتعد عن الارض بطريقة منتظمة وكما هو موضح في الشكـل (1 5)



الشكل (1 5) رسم توضيحي لحركة مجموعة النجم الثنائي وازاحة دوبلر للخطوط الطيفية

إن السرع الفلكية هي بحدود 100km/s ولذلك فان النسبة $\frac{v}{c}$ هي بحدود 10^{-4}.
أما بالنسبة الى المجرات البعيدة جدا، فان خطوط الطيف تنحرف نحو ترددات اقل وبمقادير تصل فيها سرعة الابتعاد recessional velocity الى حوالي نصف سرعة الضوء. والظاهر ان هذا الانحراف، والذي يدعى بالانحراف المجري الاحمر، يتناسب مع مقدار المسافة ولذلك فقد فسر بانه مؤشر لتمدد الكون. وقد اكتشف قبل مدة قريبة اجسام شبه نجمية تدعى بالاكواسار "Quasars" والتي لها انحرافات حمراء اكبر وبالتالي الى سرعة تصل الى 0.8c .

اتساع دوبلر لخطوط الطيف :

" Doppler Broadening of Spectrum Lines "

توجد طريقة اخرى

تكون فيها ظاهرة دوبلر واضحة.. وهي اتساع خطوط الطيف الناتجة عن التفريغ الكهربائي خلال الغازات. ان هذا الاتساع ناتج عن الحركة العشوائية الحرارية للذرات الباعثة للاشعاعات. وبموجب مبادىء النظرية الحركية للغازات فان جذر معدل مربع مركبة سرعة الذرة في غاز تتناسب مع $\sqrt{\frac{kT}{m}}$ حيث T هي عبارة عن درجة الحرارة المطلقة، k هو ثابت بولتزمان و m تمثل كتلة الذرة. وفي لحظة معينة نلاحظ ان بعض الذرات يبتعد عن المشاهد وبعضها الآخر يقترب منه.

ان نصف قدرة "half power" عرض الخط الطيفي Δf لمعدل التردد f والناتجة عن الحركة الحرارية هي كما في العلاقة الرياضية التالية :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{2\sqrt{2\ln 2}}{c}\sqrt{\frac{kT}{m}} \qquad \text{............ (41)}$$

ان المعامل العددي $2\sqrt{2\ln 2}$ في المعادلة في اعلاه، ناتج من توزيع السرع. والذي هو عبارة عن دالة كاوس (Gaussian function)* وتوزيع الشدة كدالة للتردد ايضا دالة كاوسية. نلاحظ مما سبق ان عرض الخط الطيفي يتناسب طرديا مع الجذر التربيعي لدرجة

---

* ينظر كتاب :

White. H. E.. Introduction to Atomic spectra New york : McGraw – Hill. 1934.

الحرارة المطلقة وعكسياً مع الجذر التربيعي لكتلة الذرة ولذلك فان الهايدروجين اخ ذرة له عرض خطوط طيف في درجة حرارية معينة.ولاجل الحصول على خطوط رفيعة فان التفريغ الكهربائي يجب ان يبرد ويجب ان تكون الذرات من النوع الثقيل. ولهذا فالقياس العالمي للطول هو عبارة عن الطول الموجي للخط البرتقالي لغاز الكربتون بعد تبريد انبوبة التفريغ بسائل الهواء حيث ان مثل هذا المصدر يعطي قياسات مضبوطة في تجارب التداخل.

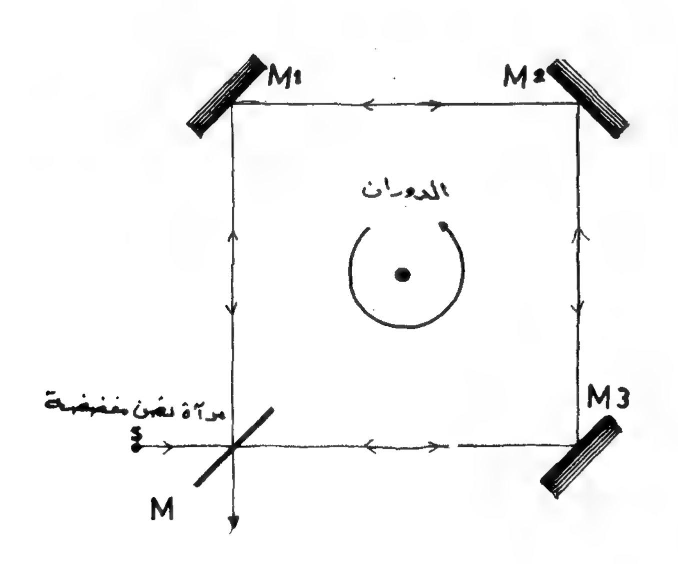
7 – 1

تجارب ساكناك ، مايكلسون وكيل لكشف الدوران :

(The Experiments of Sagnac, Michelson and Gale to Detect Rotation)

في سنة 1911 اجرى العالم الفرنسي الفيزيائي ساكناك G.Sagnac تجربة لطيفة خصصت لكشف الدوران وذلك باستخدام حزم ضوئية .

الشكل (1 - 6) يوضح تجربته المشهورة . في الشكل نلاحظ ان الحزمة الضوئية الصادرة



الشكل (1 6) شكل يوضح تجربة ساكناك

من المصدر "s" تنقسم الى حزمتين وذلك بعد سقوطهاعلى المرآة النصف المطلية بالفضة M .
إن هاتين الحزمتين تقطعان مسلكين متعاكسين حول الدائرة المتكونة من المرايا M_1 ، M_2
و M_3 كما في الشكل . ثم تتحد هاتان الحزمتان عند المرآة M، وتنعكس الى المشاهد من
خلال تلسكوب، حيث تكون رؤية اهداب التداخل واضحة . ان الجهازكله محمول على
مسند صلب بحيث يمكن تدوير الجهاز حول محور شاقولي .

ان الحركة الدورانية للجهاز تسبب فرقاً في الزمن بين مساري الحزمتين المتعاكستين
في الاتجاه لقطع الدائرة كلها . ونتيجة لذلك يظهر انحراف في الأهداب تتناسب مع
السرعة الزاوية لحركة الدوران . ومن السهل اثبات ان فرق المسار الفعال (Effective path
difference) ΔS للحزمتين هو تقريباً :

$$\Delta S \simeq \frac{4A\,\Omega}{c}$$

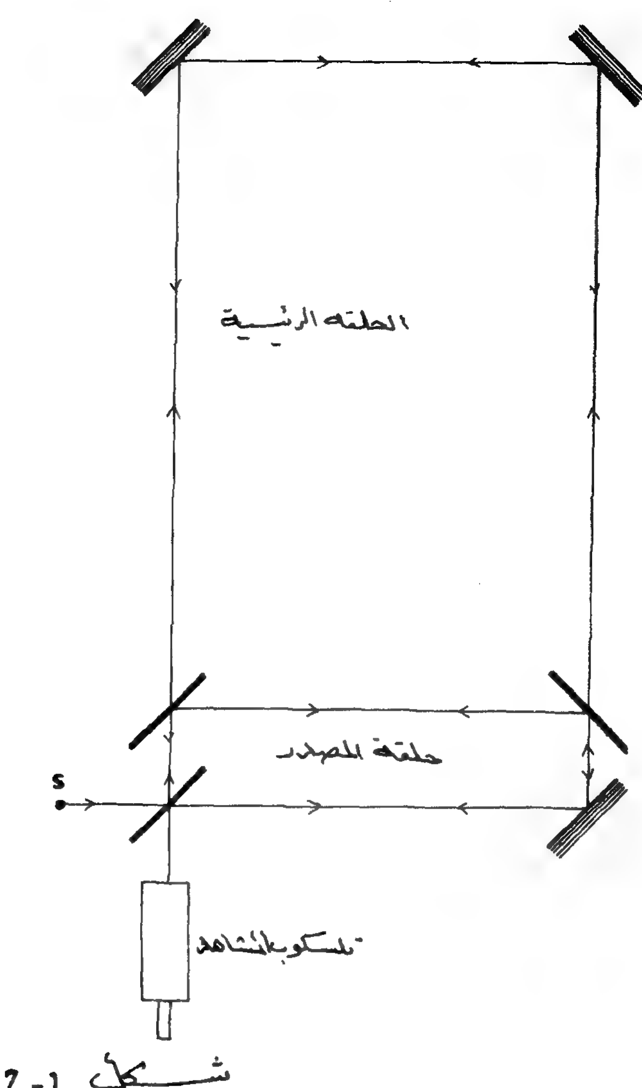
حيث A تمثل مساحة الدائرة و Ω هي السرعة الزاوية .
لقد تمكن العالم ساكناك ملاحظة انحراف في موقع الاهداب عندما كان طول
ضلع المسلك المربع يساوي متراً واحداً وسرعة الدوران 120 دورة في الدقيقة . ولكي
نتمكن من التقاط سرعة زاوية صغيرة يجب علينا استخدام مسلك مربع ذي ضلع اكبر.

وفي سنة 1925 تمكن العالمان مايكلسون وَكيل من اجراء تجربة لطول مسار اكبر وبابعاد
643.6 متر × 321.8 متر . كما في الشكل (1 - 7) . وباستخدام هذا المسلك الكبير
نسبياً تمكن العالمان من التقاط انحراف في موقع الاهداب بسبب دوران الارض حول
نفسها . و اما دائرة المسار الصغير داخل المسار الكبير . لاحظ الشكل . فستخدم لتوليد
مجموعة اهداب تتخذ كمرجع (Reference fringes)

1 – 8 تجربة مايكلسون ومورلي :

(The Michelson-Morley Experiment)

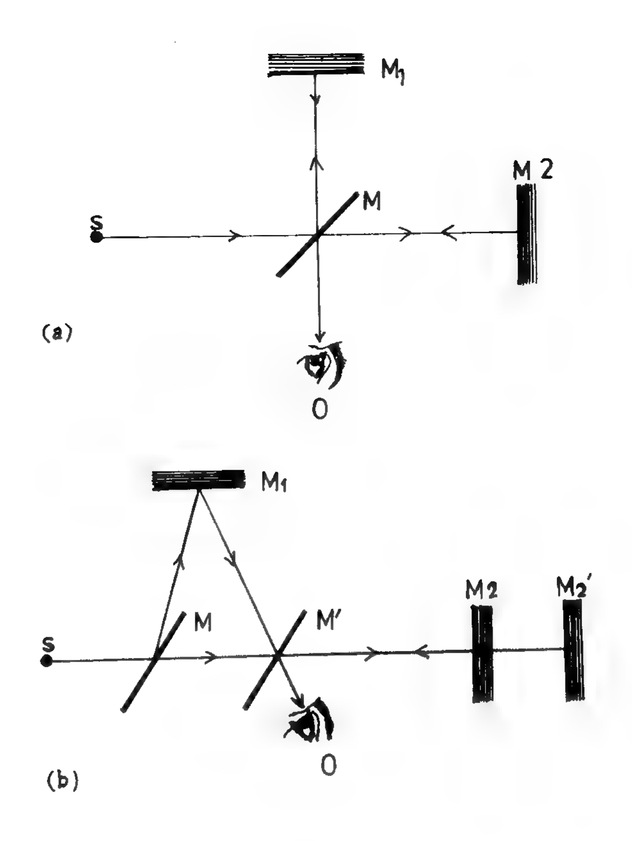
ان هذه التجربة المشهورة اجريت في سنة 1887 او صممت لقياس السرعة المطلقة



شكل ١ - 7

تجربة (مايكلسون - گال) لالتقاط الحركة المطلقة للأرض

لحركة الارض في الفضاء وذلك باستخدام الموجات الضوئية . الشكل(١ - 8) يوضح الترتيب البصري لهذه التجربة . ان هذا الجهاز هو في الحقيقة عبارة عن مقياس تداخل بصري Optical interference . نلاحظ من الشكل ان الحزمة الضوئية الصادرة من المصدر "S" تنقسم الى حزمتين بعد سقوطها على المرآة النصف المطلية بالفضة M . ان احدى الحزمتين تنعكس باتجاه M_1 وتنعكس مباشرة بعد سقوطها لترجع الى المرآة M·



الشكل (1 - 8) شكل مبسط لتجربة مايكلسون ومورلي

اما الحزمة الثانية التي تخترق المرآة M فتسقط على المرآة M_2 وتنعكس مباشرة منها باتجاه M لتتحد مع الحزمة الاولى المنعكسة من M_1 عند المرآة M . وجزء من الحزمتين المنعكستين تتجه باتجاه المشاهدة "O" حيث يلاحظ نموذج الحيود المتكون من اهداب مضيئة واهداب مظلمة .

يمكن ازاحة نموذج التداخل بمقدار هدب واحد وذلك بتغير موقع احدى المرآتين M_1 او M_2 المسافة $\frac{1}{4}$ طول موجة.

اما اذا كانت مسافة M_1 و M_2 عن M متساوية تماماً وان الجهاز لم يتحرك خلال سير الضوء ذهاباً واياباً . فان الموجتين اللتين تصلان الى M سوف يكون لهما نفس الطور وسيرى المشاهد في نقطة O هدباً مضيئاً والآن لنفترض ان الجهاز كله يسير باتجاه الحزمة الاصلية SM في هذه الحالة سيكون زمنا المسارين مختلفين وذلك على فرض ان سرعة الضوء "c" هي ثابتة في ذلك الوسط والحالة هذه مشابهة لشخصين احدهما يسبح باتجاه مجرى النهر ثم يرجع بعكس اتجاه المجرى وثانيهما يعبر النهر ذهاباً واياباً. ولكي نحلل الوضع بصورة كمية. نفترض ان سرعة سير الجهاز خلال الوسط هي "v" ولذلك ستكون سرعة الموجة المتوجهة نحو M_2 هي $(c - v)$ نسبة الى الجهاز وسرعتها النسبية عند الرجوع هي $(c+v)$ ولهذا سيكون الزمن الكلي للذهاب والاياب هو:

$$t_2 = \frac{d}{c - v} + \frac{d}{c + v} = \frac{2cd}{c^2 - v^2} \qquad \text{............ (42)}$$

حيث d هي عبارة عن المسافة OM_2 ولنفترض الآن ان t_1 هو الزمن الكلي اللازم للضوء المنعكس من M_1 لقطع المسار الكامل $OM_1'MM$ فان المسافة MM_1 ستكون مساوية الى $\sqrt{d^2 + \frac{v^2 t_1^2}{4}}$ ولهذا فان :

$$t_1 = \left(\frac{2}{c}\right) \sqrt{d^2 + \frac{v^2 t_1^2}{4}} \qquad \text{............ (43)}$$

أو

$$t_1 = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} \qquad \text{............ (44)}$$

وفرق الزمن Δt بين المسارين هو:

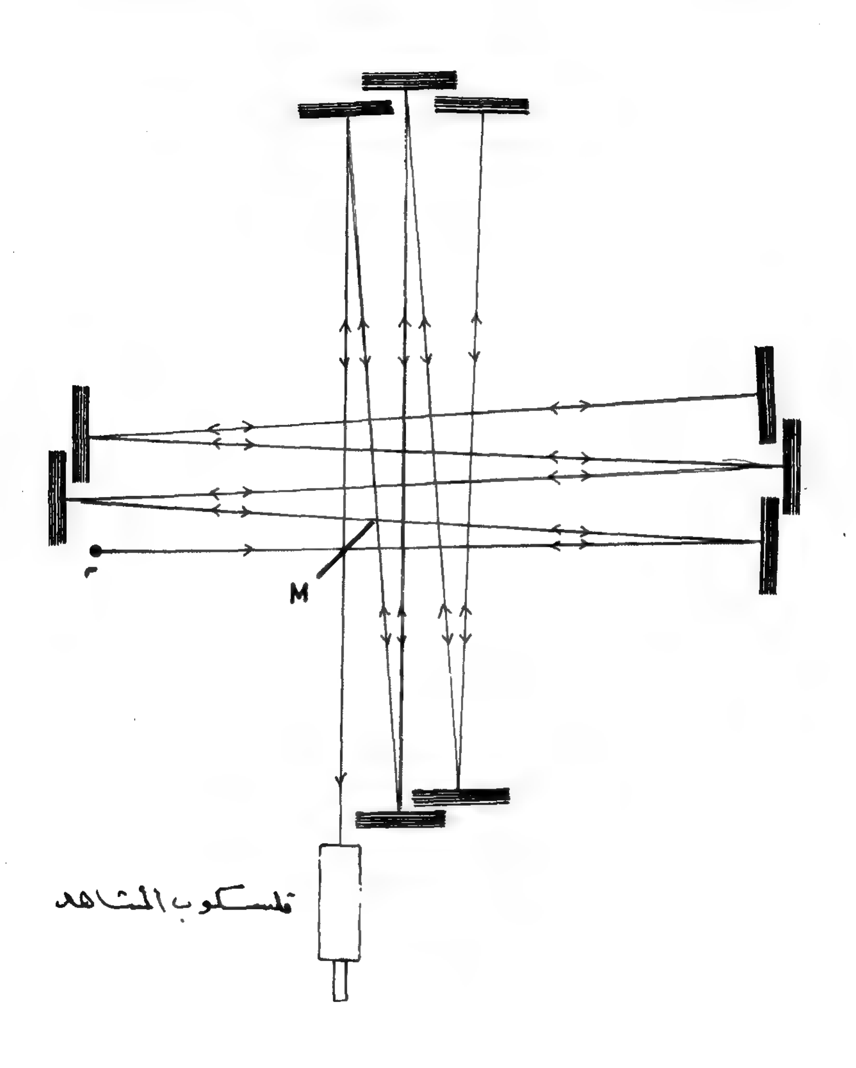
$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2d\left(\frac{c}{c^2 - v^2} - \frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2}}\right) = \frac{dv^2}{c^3} + \text{.....(45)}$$

وفرق الطور لفرق الزمن هذا هو:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t = \frac{2\pi c}{\lambda}\Delta t \simeq \frac{2\pi d v^2}{\lambda c^2} \qquad \text{............ (46)}$$

حيث λ هو الطول الموجي للضوء المستخدم.

لقد حصل العالمان مايكلسون ومورلي في تجربتهم على مسافة فعالة مقدارها 10m وذلك بطريقة الانعكاسات المتكررة، كما هو واضح من الشكل (1 - 9)



الشكل (1 - 9) المسار الضوئي الحقيقي في تجربة مايكلسون ومورلي

لقد تم اجراء التجربة بوضع الجهاز كله طاف في حوض مملوء بالزئبق وكانت الاهداب تشاهد اثناء دوران الجهاز بزاوية مقدارها 90° . وبهذا تمكنا من جعل كلتا الحزمتين الضوئيتين اما موازية او عمودية لحركة الكرة الارضية ، علما ان الارض في حركتها حول الشمس تسير بسرعة حوالي $10^{-4}c$. ان الانحراف بالنسبة الى الضوء الاصفر والذي طوله الموجي $5900A^\circ$ ، هو ثلث الهدب الواحد بينما في واقع الحال لم يلاحظ أي انحراف على الاطلاق.

ان هذه النتيجة السلبية كانت لغزاً محيرا للعلماء ومخالفة لما كان معروفاً آنذاك من ان الاشعاعات تحتاج الى وسط لكي تنتقل من نقطة الى أخرى في الفضاء. حيث ان هذا الوسط كان يعرف بالاثير (ether) ، والذي كان يفترض ان يتخلل جميع المواد، لقد اجريت حسابات عدة لخصائص هذا الاثير من قبل العلماء ومنهم العالم ماكسويل. لقد اعيدت تجربة مايكلسون ومورلي عدة مرات من قبل علماء مختلفين وحصلوا على نفس النتيجة السلبية السابقة. لقد تمكن بعضهم من تسجيل انحراف في موقع الاهداب ولكنه قليل ولايتناسب مع المفروض ان يكون لسرعة كسرعة الكرة الارضية. هذه السرعة الدورانية للكرة الارضية هي اقل سرعة وذلك لان سرعة المجموعة الشمسية ككل ، بسبب دوران مجرتنا ، هي حوالي عشرة اضعاف السرعة الدورانية للكرة الارضية.

لقد فسر العالمان فيتزجرالد ولورنتس (Fitzgerald – Lorentz) النتيجة السلبية لتجربة مايكلسون ومورلي وذلك بان افترضا ان الجسم يتقلص اثناء حركته خلال الاثير بنسبة مقدارها $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ تماماً. هذا المقدار للانكماش يعرف بانكماش فيتزجرالد ولورنتس والذي يعادل تاثيره فرق مساري الضوء ، ولهذا السبب سوف لن يكون هناك انحراف في موقع الاهداب . ان هذا التفسير غير كاف وذلك بسبب عدم تمكننا من ملاحظة هذا التقلص مباشرة . واي محاولة لقياس هذا المقدار من التقلص قد فشلت وذلك لأن جهاز القياس نفسه يتقلص مع الجسم المقاس .

1 – 9 فرضيتا انشتاين للنسبية الخاصة :

لقد صاغ انشتاين نظريته النسبية الخاصه في سنة 1905 . ونظريته هذه تعتمد على الفرضتين الاساسيتين التاليتين :

اولاً : ان جميع القوانين الفيزيائية لها نفس الصيغة ولجميع انظمة الاحداثيات القصورية .

ثانياً : ان سرعة الاشعة الكهرومغناطيسية في الفراغ هي ثابتة ولجميع الانظمة القصورية (Inertial systems) .

ان الفرضية الاولى تشمل جميع القوانين الفيزيائيةبصورة عامة وهي امتداد للنظرية النسبية لنيوتن (Newtonian Relativity)

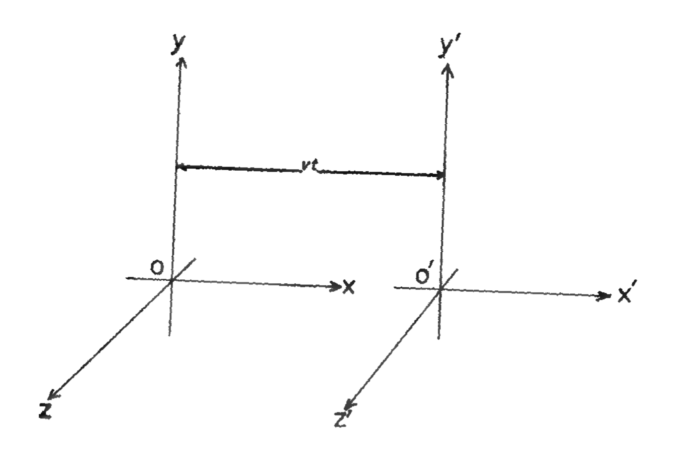
ويمكننا البرهنة على ان معادلات ماكسويل تخضع لهذه الفرضية ، أي ان هذه المعادلات لها نفس الصيغة العامة في أي نظاماحداثي قصوري* . ان الفرضية الثانية تخصنا اكثر في دراستنا لموضوع البصريات .حيث تنص على ان كل طرق قياس سرعة الضوء يجب ان تعطي نفس النتيجة ، حتى ولوكان المصدرالضوئي في حالة حركة بالنسبة الى المشاهد ، اواذا كان المشاهد في حالة حركة نسبية مع المصدرالضوئي . وهذه الفرضية تفسر حالاً النتيجة الصفرية (السلبية) لتجربة مايكلسون ومورلي ، وذلك لانها تفترض ان سرعة انتشاركل من الحزمتين في التجربة هي ثابتة ومقدارها "c" ، سواء كان الجهاز ساكناً أم في حالة حركة نسبية . ولهذا السبب لم يلاحظ أي تغييرفي الطور ولاانحراف في موقع الاهراب .**

1 – 10 البصريات النسبية : (Relativistic Optics)

ان سرعة الضوء في الفراغ ثابتة وذلك استناداً الى الفرضية الثانية للنظرية النسبية ، وبغض النظر لحركة المصدر بالنسبة الى المشاهد نفسه اولحركته نسبة الى المصدر. ولكي نختبر نتائج هذه الفرضية ، نتصور وجود مشاهدين يسيران بحركة نسبية ثابتة مقدارها "v" وسوف نرمز باحداثي المشاهدين بـ Oxyz ، O′x′y′z′ على التوالي
وللسهولة سوف نفترض ان المحورين O_x و O'_x همامتوازيان وهكذا بالنسبة الى بقية المحاور وان الحركة النسبية هي باتجاه xx′ ـ كما في الشكل (1 – 10)

* لاحظ مثلاً المصدر التالي :

Rindler, W., Special Relativity . London: Olives and Boyd, 1960
- Born,M., and E. Wolf, Principles of Optics, New York
Macmilan, 1964



الشكل (1-10) النظام الاحداثي لاثنين من المشاهدين يسيران بسرعة نسبية ثابتة

لنفترض ان نقطتي الاصل O, O' عندما $t = 0$ متطابقتان ولذلك فالمسافة OO' تساوي vt، ومعادلات التحويل بموجب النظرية الكلاسيكية لنيوتن هي :

$$\begin{aligned} x &= x' + vt' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned} \qquad \ldots\ldots (47)$$

حيث ان المعادلة تعبر عن التساوي المفترض لتدريجي الزمن بالنسبة للمشاهدين. اي انهما يستخدمان ساعتين متماثلتين. ومن الواضح ان معادلات التحويل في اعلاه تناقض الفرضية الثانية للنظرية النسبية ، وذلك لاننا نتمكن بوساطتهم الحصول على :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt'} + v$$

وهذا يعني ان اي جسم يسير بسرعة الضوء "c" في النظام الاحداثي الاول ، مثلاً سوف يسير بسرعة $c + v$ في النظام الاحداثي الآخر.

ولغرض ايجاد نظام تحويل احداثي Coordinate transformation تتفق مع الفرضية الثانية للنسبة نتصور المعادلة الموجية التالية:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{............ (48)}$$

حيث تمثل هذه المعادلة التفاضلية موجة ضوئية تسير بسرعة c باتجاه المحور"x" ومن شروط الفرضية الثانية للنسبية هو ان المعادلة تبقى كما هي ولا تتغير عند استخدامنا للنظام الاحداثي الآخر اي ان :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t'^2} = 0$$

وذلك عندما :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t'^2} \qquad \text{............ (49)}$$

ونستنتج من ذلك ان التحويل الخطي العام والذي صيغته :

$$\left.\begin{aligned} x &= a_{11}x' + a_{12}t' \\ t &= a_{21}x' + a_{22}t' \end{aligned}\right\} \qquad \text{............ (50)}$$

ومع اختيار مناسب للثوابت سوف يجعل المعادلة الموجية غير متغيرة وبتعويض المعادلة في اعلاه في معادلة (49) نحصل على ثلاث معادلات نحصل بموجبها على المعاملات a_{11} ، a_{12} ، .... الخ ونحتاج كذلك الى شرط اضافي مساعد وهو عندما $x = 0$ يكون :

يكون : $x' = -vt'$ ، وبذلك تكون : $a_{12} = v\,a_{11}$

والنتيجة الاخيرة التي سوف نحصل عليها هي تحويلات لورنتس الشهيـــرة التالية :

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + vt') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) \end{aligned} \qquad \text{.. (51)}$$

حيث

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \text{... (52)}$$

ومن الامثلة على تحويلة لورنتس في الحركة هو تقلص طول الجسم والزيادة في مقدار الزمن .

صيغة دوبلر النسبية : (The Relativistic Doppler Formula)

دعنا نتصور الان موجة كهرومغناطيسية مستوية تكون فيها علاقة المسافة مع الزمن في النظام الاحداثي الاول على الهيئة التالية :

$$e^{i(kx-\omega t)}$$

ان المشاهد في هذا النظام سوف يلاحظ ان الموجة تسير باتجاه محور السينات x، وبتردد زاوي مقداره : $\omega = ck$

وبتطبيق تحويلة لورنتس (51) نستنتج ان المشاهد في النظام الآخر يرى علاقة المسافة مع الزمن للموجة نفسها كما في العلاقة التالية :

$$e^{i[k\gamma(x'+vt')-\omega\gamma(t'+vx'/c^2)]}$$
$$= e^{i[(k\gamma-\omega\gamma v/c^2)x'-(\omega\gamma-k\gamma v)t']} \qquad \ldots\ldots \quad (53)$$

وهذه العلاقة يجب ان تكون مماثلة للعلاقة :

$$e^{i(k'x'-\omega't')}$$

ولذلك فان :

$$\omega' = \omega\gamma\left(1-\frac{kv}{\omega}\right) = \omega\gamma\left(1-\frac{v}{c}\right) \qquad \ldots (54)$$

وكذلك ، وبما ان :

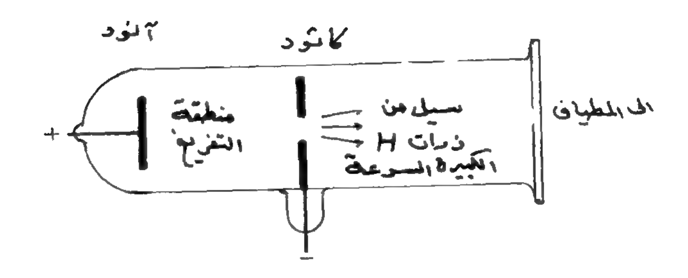
$$\gamma = \left[1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)\right]^{-1/2}, \omega = 2\pi f$$

نتمكن من كتابة العلاقة :

$$f' = f\,\frac{1-\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = f\,\frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} = f\left(1-\frac{v}{c}+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\ldots\right) \qquad \ldots (55)$$

والتي تمثل صيغة دوبلر النسبية . من المعادلة الاخيرة في اعلاه نلاحظ ان انحراف دوبلر النسبي يختلف عن القيم غير النسبية . لاحظ معادلتي (39) , (40) ، فقط في الرتبة الثانية واكثر . ولذلك فان الاختلاف يكون ذا قيمة لايمكن اهمالها عندما تكون السرعة كبيرة . لقد تمكن من التحقق تجريبياً للصيغة النسبية وذلك باستخدام ذرات الهايدروجين الكبيرة السرعة داخل انبوبة تفريغ صممت خصيصا لهذا الغرض ، وكما هو مبين في الشكل (1 - 11) .

ولمزيد من التفاصيل راجع المصدر في ادناه .*



الشكل (1 - 11) انبوبة التفريغ الكهربائي والتي استخدمت لملاحظة ظاهرة دوبلر النسبية.

ازاحة دوبلر المستعرضة (The Transverse Doppler shift)

لنفترض ان لدينا موجة مستوية تسير باتجاه محور الصادات y السالب في النظام الاحداثي الاول ، والتي معادلتها هي :

$$e^{i(ky+\omega t)}$$

وبتطبيق تحويل لورنتس ، المعادلة (51) ، نجد ان هذه المعادلة في النظام الاحداثي الآخر تصبح :

$$e^{i[ky'+\omega(\gamma t'+vx'\gamma/c^2)]} = e^{i[\omega v\gamma x'/c^2+ky'+\omega\gamma t']} \quad \dots (56)$$

وبما ان هذه المعادلة يجب ان تكون مشابهة لـ :

$$e^{i(k_x x'+ky'y'+\omega' t')}$$

* Ives, H.E., and G.R. Stilwell,
J. Opt. Soc. Am., 31, 369 (1941).

لذلك ، فالمعامل t' يكون :

$$\omega' = \omega\gamma$$

او

$$f = f' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = f'\left(1 - \frac{v^2}{2c^2} + \dots\right) \qquad \dots (57)$$

وهذه صيغة لازاحة دوبلر المستعرضة ، والتي تبين التغير في التردد عندما تكون الحركة النسبية عمودية على اتجاه المشاهد . ان انحراف دوبلر المستعرض هو ظاهرة في الرتبة الثانية للسرعة ولذلك فمن الصعب قياسها . ويمكن التحقق من هذه الظاهرة باستخدام ظاهرة تأثير ماسباور (Mössbauer Effect) باستخدام اشعة كاما الصادرة من الذرات المشعة . *

زوغان ضوء النجم (The Aberration of Starlight)

هناك نتيجة أخرى للتحويل النسبي للموجة المستوية ، كما في معادلة (56) ، وهي ظهور x' في الدالة الاسية وهذا يعني ضمناً ان قيمة الموجة $\underline{k}'$ لها مركبة في اتجاه x'

والذي ينتج عنه هو ان اتجاه سير الموجة ليس بالضبط نفس اتجاه المحور y' . وظل زاوية الميلان نحو المحور y' هو : $\tan\alpha = k_{x'}/k_{y'}$. ومن معادلة (56) نحصل على :

$$\tan\alpha = \frac{\omega\gamma v/c^2}{k} = \frac{v}{c}\gamma = \frac{v}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \dots (58)$$

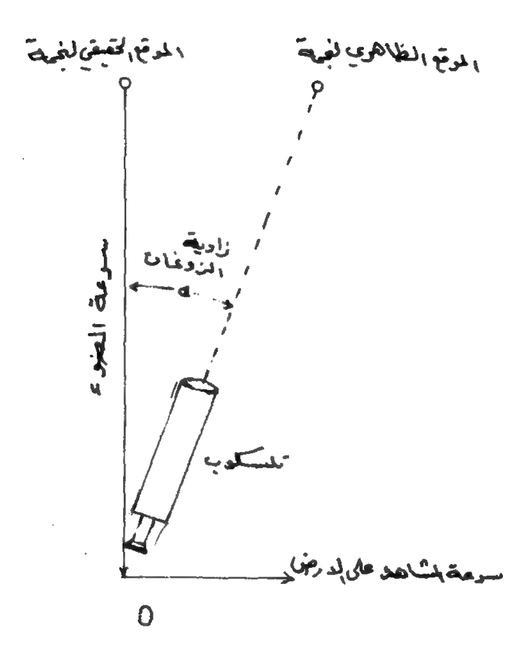
ان هذه الظاهرة تدعى بزوغان الضوء (Aberration of light) وقد لوحظت لأول مرة بصورة عملية من قبل العالم الانكليزي برادلي Bradley في سنة 1727 . حيث وجد العالم برادلي انحرافاً ظاهريا في مواقع النجوم . وكان أكبر انحراف هو للنجوم التي خط رؤيتها عمودي على اتجاه السرعة المدارية للأرض حول الشمس ، وبلغت اقصى قيمة للزوغان النجمي حوالي 20 ثانية . واما تفسير برادلي لهذه الظاهرة فهو كما في الشكل

* ينظر المصدر التالي ، مثلاً :

Frauenfelder, H., The MMo¨ssbauer Effect. New York : W. A. Benjamin, 1962.

(1 – 12) ، والذي يظهــــر التغير بالاتجاه الظاهري بسبب سرعة المشاهد v وهذا الوضع مشابه لوضع الشخص الذي يركض وسط امطار ساقطة . فاذا افترضنا ان سقوط المطر كان شاقولياً ، فان سرعته نسبة الى الشخص ليست شاقولية وانما تحتوي على مركبة سرعة افقية مساوية لسرعة تقدم الشخص ومن الشكل نلاحظ ان :

$$\tan \alpha = \frac{v}{c}$$



الشكل (1–12) زوغان ضوء نجمة

وهذه الصيغة البسيطة تختلف عن الصيغة النسبية المبينة في المعادلة (58) بمعامل مقداره γ. وعلى أي حال ، فبالنسبة الى الكرة الارضية ، $\frac{v}{c}$ هي بحدود 10^{-4} ، ولذلك فان الفرق مهمل تماماً .

ومن الجدير ملاحظته هو ان التحويل غير النسبي بموجب المعادلة (47) يعطي زوغاناً مقداره صفراً للأمواج المستوية ، ولذلك فان الزوغان هو ظاهرة نسبيه . ان هذا التفسير البسيط يصح في حالة اعتبار الضوء مكوناً من وابل من الفوتونات .

اسئلة الفصل الاول

س 1 : برهن على ان معادلة (21) هي حل لمعادلة موجة . وخاضعة لشرط المعادلة (25)

س 2 : برهن على ان دالة الموجة الكروية التالية :

$$\frac{1}{r} e^{i(kr - \omega t)}$$

هي حل لمعادلة الموجة (17) حيث :

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

حل السؤال باستخدام (أ) الاحداثيات المتعامدة . و(b) الاحداثيات الكروية .

س 3 : اثبت ان $f(\hat{n}.\vec{r} - vt)$ هوحل لمعادلة الموجة (17) . حيث $\hat{n}$ هو عبارة عن وحدة المتجهات و f عبارة عن اي دالة قابلة التفاضل للمقدار :

$$\hat{n}.\vec{r} - vt$$

س 4 : موجتان توافقيتان ترددهما الزاوي ω و $\omega + \Delta\omega$. على التوالي .برهن ان عندما $\Delta\omega << \omega$ فان :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta k}{k} \simeq \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda}$$

س 5 : من المعروف ان قدرة التشتت للزجاج تعرف بالنسبة التالية :

$$\frac{n_D}{n_F - n_C}$$

حيث F . D . C يرمزن الى الاطوال الموجية لفراونهوفر .

Fraunhoffer Wavelengths

$$\lambda_C = 6563A, \lambda_D = 5890A, \lambda_F = 4861\ A$$

احسب بصورة تقريبية سرعة المجموعة في الزجاج الذي قدرة تشتته هي 30 علماً بأن :

$$n_D = 1.5$$

س 6 : اذا علمت ان منحني التشتت للزجاج يمكن تمثيله بصورة تقريبية بمعادلة كوشي التجريبية التالية :

$$n = A + B\lambda^{-2}$$

احسب سرعتي الطور والمجموعة للطول الموجي : $\lambda = 5000\ \mathring{A}$ للزجاج الذي ثوابته هي : $B = 2.5 \times 10^{6}\ A^{02}$ ، $A = 1.40$

س 7 : اذا علمت ان ثابت العزل الكهربائي K لغاز يتغير مع التردد الزاوي ω وفق المعادلة :

$$K = 1 + \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

حيث A و ω_0 عبارة عن ثابتين . احسب سرعتي الطور والمجموعة للضوء في هذا الغاز . افترض ان الحد الثاني في المعادلة صغير جداً بالنسبة الى 1 . (الجواب : $\left(u = \frac{c}{1.7} : v = \frac{c}{1.5} \right)$

س 8 : اذا علمت ان سرعة المجموعة للضوء خلال مادة معينة تتناسب عكسيا مع الطول الموجي . فكيف يتغير معامل الانكسار مع الطول الموجي ؟ (الجواب : $n = \frac{\lambda}{(a + b\lambda^2)}$ حيث b ، a ثابتان)

س 9 : برهن على ان زاوية الزوغان المحسوبة بموجب القوانين النسبية تختلف عن تلك المحسوبة بالطريقة غير النسبية بمقدار حوالي :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^3$$

وذلك في حالة كون v اصغر من c .

س 10 : ما هي زاوية الزوغان عندما تكون $v = 0.9\,c$ (أ) بالطريقة النسبية (ب) بالطريقة الاعتيادية .

س 11 : اذا علمت ان مجرة الطريق الحليبي The Milky-Way Galaxy تدور مرة في كل 200 مليون سنة . وان شمسنا تقع على بعد يعادل 30.000 سنة ضوئية عن مركز المجرة . ونتيجة لذلك نلاحظ ان الأرض تدور في الفضاء

نسبة الى بقية المجرات . ماهو انحراف دوبلر بوحدات الانكستروم لخط الهايدروجين 6563 A للضوء القادم من بقية المجرات ؟ وذلك عندما يكون :

(أ) خط الرؤيا باتجاه حركة الكرة الأرضية .
(ب)خط الرؤيا عمودياً على اتجاه الكرة الأرضية .
(الجواب : (أ) 6.2 A و (ب) 0.003 A)

س 12 : ماهوعرض دوبلرDoppler Width لخط الهايدروجين H_α (λ = 6563A) في انبوبة تفريغ مختبرية تعمل بدرجة حرارة تساوي$200\ C^\circ$ ؟ علماً ان كتلة ذرة الهايدروجين هي1.67×10^{-27}kg وثابت بولتزمان هو

$$k = 1.38 \times 10^{-23}\ \text{Joules}/^\circ K$$

(الجواب $\Delta f = 8.5 \times 10^8$ HZ او $\Delta\lambda = 0.1$ A)

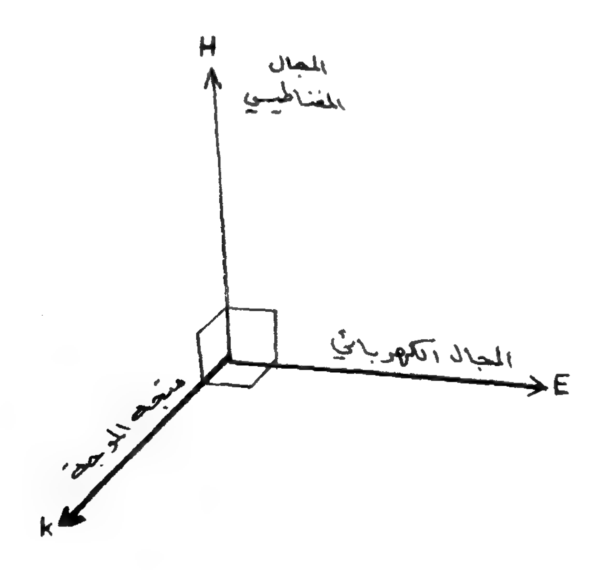
الفصل الثاني

طبيعة الضوء الاتجاهية

The Vectorial Nature of hight.

2 - 1 معنى الاستقطاب The meaning of polarization

لقد اثبتت النظرية الكهرومغناطيسية ان الضوء حركة موجية مستعرضة تنتشر نتيجة تغيرات دورية لمجالين احدهما كهربائي والثاني مغناطيسي . يتذبذب كل منهما في اتجاه عمودي على الآخر وعلى اتجاه انتشار الموجة (شكل 2 - 1) ويتغير كل من المتجه الكهربائي والمتجه المغناطيسي المصاحب له جيبياً مع الزمن بطور واحد. اي ان المتجه الكهربائي يبلغ اكبر قيمة له في نفس الوقت الذي يبلغ فيه المتجه المغناطيسي اكبر قيمة ايضاً فاذا كان اتجاه المجال الكهربائي او تذبذبة مقتصراً على اتجاه واحد اومستوى واحد . قيل عن الضوء



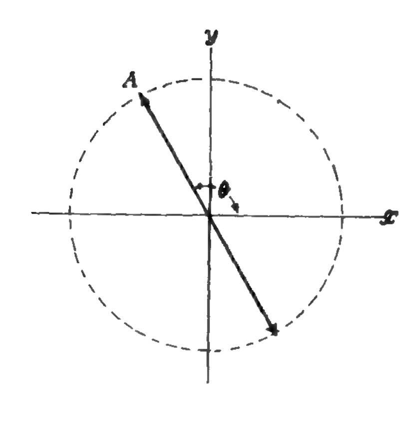
شكل (2 - 1)

العلاقة بين متجهات المجال ومتجه الموجة في موجة كهرومغناطيسية

الناشيء بانه استوائي الاستقطاب أوخطي الاستقطاب ، اذ ان الاستقطاب هو عملية يتحدد فيها الشكل الذي يتذبذب فيه المتجه . واذا تحدد اتجاه تذبذب المجال الكهربائي فقد تحدد في نفس الوقت اتجاه تذبذب المجال المغناطيسي ، ولهذا ففي موضوع الاستقطاب يكفي ان نشير الى احد المجالين ، وقد جرت العادة ان يؤخذ المجال الكهربائي بنظر الاعتبار .

ولتوضيح معنى الاستقطاب اكثر ، سنتصور ان حزمة من الضوء تسير باتجاه القارىء

على محور Z+ شكل 2 - 2 . ان الموجه الكهربائي عند لحظة معينة سينجزتذبذباً خطياً بالاتجاه



شكل(2 2) ذبذبة في حزمة ضوئية تسير باتجاه Z +

وبالسعة المقررة . فاذا بقي هذا التذبذب مستمراً ومحصوراً بالمستوي x – y وعند الزاوية θ مثلاً فيقال ان الضوء قد استقطب استوائياً . لكن في الضوء غير المستقطب يكون التغير جزافياً (عشوائياً) للزاوية θ ويحدث في فترة زمنية مقدارها 10^{-8}sec وعليه يتكافأ وجود السعة A في اي موضع من θ الدائرة المنقطة . اي ان معدل التغير سيكون متناظراً تماماً حول اتجاه الانتشار .

هناك تشبيه آخر للضوء الاعتيادي غير المستقطب . لو حللنا سعة التذبذب الى مركباتها الخطية θ $A_y = A \sin \theta$, $A_x = A \cos \theta$ فستكون على العموم غير متكافئة . وحينما تتخذ θ مقادير لاعلى التعيين فالنتيجة ستكون متألفة من تذبذبين متعامدين لهما السعة نفسها ولـكن اطوارهما مختلفة ان الشكل(2 - 3) يمثل التصوير العام للذبذبات المستقطبة . في الحالة (a) تذبذب المتجه الكهربائي في مستوى الصفحة والضوء مستقطب وفي (b) موجة مستقطبة اتجاه التذبذب فيها عمودي على الصفحة . اما الحالة(c) فتمثل المركبتين المتعامدتين معاً في ضوء مستقطب في المستوى 45° . اذا كانت سعتا الضوئين المستقطبين في مستويين متعامدين متساويتين . وأخيراً فان f . e . d تمثل التذبذب عند النظر باتجاه الاشعة .

2 - 2 ملاحظات عامة General Remarks.

ان المركبات الديكارتية المختلفة للمجال الكهرومغناطيسي تحقق على انفراد نفس المعادلة الاساسية للموجة

$$\nabla^2 u = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad \ldots (1)$$

وان معادلات ماكسويل تتطلب ان يكون للمجال الكهربائي الذي يتغير مع الزمن مجالاً مغناطيسياً مصاحبا له دائما وبالعكس . وتوجد علاقة محددة بين هذين المجالين : لنتصور من جديد التعبير الاساسي العقدي للموجة التوافقية المستوية $\exp . i (\vec{k} . \vec{r} - \omega t)$ نفاضلها بالنسبة الى الزمن :

$$\frac{\partial}{\partial t} \exp . i (\vec{k} . \vec{r} - \omega t) = - i\omega \exp . i (\vec{k} . \vec{r} - \omega t) \qquad \ldots (2)$$

ونأخذ التفاضل الجزئي لها بالنسبة الى اي من الاحداثيات الفضائية وليكن X :

$$\frac{\partial}{\partial x}\exp i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)=\frac{\partial}{\partial x}\exp i(k_x x+k_y y+k_z z-\omega t)=$$

$$=i k_x \exp i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t) \qquad \ldots (3)$$

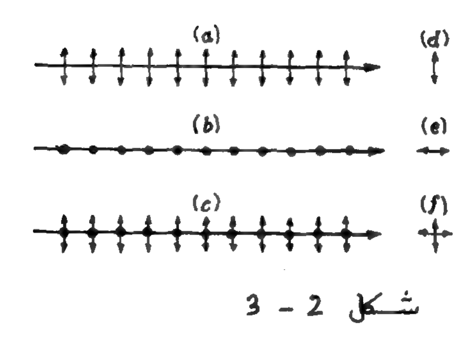
وهكذا بقية المركبات ، ومن حيث :

$$\vec{\nabla}=\hat{i}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{J}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

ينتج ان :

$$\vec{\nabla}\exp i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)=i\vec{k}\exp.i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t) \qquad \ldots (4)$$

وعليه تكون العلاقات :



شكل 2 - 3

شكل (2-3) يمثل تذبذب المتجه الكهربائي المستقطب في مستوى الصفحة (a) وعمودي عليها (b)
(c) ضوء مستقطب في المستوي 45° اذا كانت سعتا المركبتين المستقطبين بالمستويين متعامدين متساويتان

$$\frac{\partial}{\partial t}\to -i\omega \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$\vec{\nabla}\to i\vec{k} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

والتي تكون صحيحة بالنسبة الى الموجات المستوية التوافقية فقط .

(ملاحظة : ان كل من $\hat{k}, \hat{j}, \hat{i}$ تمثل وحدة متجه على الاحداثيات وان $i=\sqrt{-1}$
اما $\hat{k}$ فهو متجه الموجة) .

لنعد الآن الى معادلات ماكسويل بالنسبة الى الاوساط غير الموصلة المتجانسة (المتناظرة)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad \text{............ (7)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \text{............ (8)}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \qquad \text{............ (9)}$$

ومن العلاقات (6) و(5) فان معادلات ماكسويل ستتخذ الشكل الجديد :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \qquad \text{............ (10)}$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \mu \omega \vec{H} \qquad \text{............ (11)}$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\varepsilon \omega \vec{E} \qquad \text{............ (12)}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \qquad \text{............ (13)}$$

$$\vec{k} \cdot \vec{H} = 0 \qquad \text{............ (14)}$$

وبدراسة المعادلات في اعلاه نجد ان المتجهات $\vec{H}, \vec{E}, \vec{k}$ يؤلفن ثلاثيا متعامدا ، حيث ان المجالين $\vec{H}, \vec{E}$ متعامدان وهما عمودان على اتجاهانتشار الموجة شكل (2 - 1) . من هذا ينتج ان مقدار المجالين تبينه العلاقة :

$$H = \frac{1}{\mu v} E = \varepsilon v E \qquad \text{............ (15)}$$

حيث V سرعة الطور وتساوي ω/k

ولكن بالنسبة الى الاوساط غير المغناطيسية (يكون $\mu = \mu_0$) اذن :

$$H = nE \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \qquad \text{............ (16)}$$

تبين هذه المعادلة انه كلما زادت n للوسط ، زاد المجال المغناطيسي للموجة الكهرومغناطيسية في ذلك الوسط .

2 - 3 مرور الطاقة ومتجه بوينتنك :

Energy Flow and the Poynting vector.

من اهم الصفات المميزة للموجة الكهرومغناطيسية انها تنقل الطاقة . ويكون نصف هذه الطاقة مع المتجه الكهربائي والنصف الاخر مع المتجه المغناطيسي .

ان نظرية بوينتك تنص على ان معدل مرور الطاقة الكهرومغناطيسية في وحدة الزمن من وحدة المساحة يساوي :

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \qquad \text{............ (17)}$$

حيث :

$\vec{S}$ متجه بوينتك نسبة الى العالم بوينتك (H. Poynting 1852 - 1914) هذا المتجه يحدد كلا من الاتجاه والمقدار لفيض الطاقة ووحداته $\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$ (اما بوحدات كاوس = $\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}$)

لنتصور الان الحالة للموجات التوافقية المستوية التي فيها :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\,.\,\vec{r} - \omega t) \qquad \text{............ (18)}$$

$$\vec{H} = H_0 \cos(\vec{k}\,.\,\vec{r} - \omega t) \qquad \text{............ (19)}$$

عندئذٍ يكون :

$$\vec{S} = \vec{E}_0 \times \vec{H}_0 \cos^2(\vec{k}\,.\,\vec{r} - \omega t) \qquad \text{............ (20)}$$

والتي تعطي القيمة الانية لمتجه بوينتك .

ومادام معدل مقدار جتا^2 = $\frac{1}{2}$ ، اذن معدل مقدار متجه بوينتنك يساوي :

$$< \vec{S} > = \frac{1}{2} \vec{E}_0 \times \vec{H}_0 \qquad \text{............ (21)}$$

ومن العلاقة بين $\vec{H}, \vec{E}$ نجد :

$$< \vec{S} > = \frac{1}{2\mu\omega} |\vec{E}_0|^2 \vec{k} \qquad \text{............ (22)}$$

ولـكن $\vec{S}$ في الترددات البصرية تكون دالة متغيرة بسرعة هائلة بالنسبة الى الزمن . ولذلك فان مقدارها الاني لايمكن قياسه ، وعليه فقد اقترحت طرق عملية تعطي معدلات لقيمة $\vec{S}$ كأن يكون امتصاص الطاقة المشعة خلال بعض الوقت باستعمال الخلية الكهربائية مثلاً . الخ . فالمعدل الزمني لمتجه بوينتك هو قياس لمقدار اخر يدعى السطوع او التألـق (irradiance) واحياناً يدعى بالشدة I ويساوي :

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2\mu v} |E_0|^2 \qquad \text{............ (23)}$$

لذا فان مرور الطاقة يتناسب مع مربع السعة للمجال الكهربائي .

في الاوساط المتجانسة يحدد اتجاه مرور الطاقة بوساطة اتجاه $\vec{S}$ الذي هو نفس اتجاه $\vec{k}$ (متجه الموجة) نلاحظ بانه في الاوساط غير المتناظرة مثلاً البلورات التي لها تناظر اقل من السداسي فان $\vec{k}$, $\vec{s}$ لايكونان دائماً بنفس الاتجاه .

2 - 4 قانون التربيع العكسي : The inverse – square Law

من المعلوم ان سعة الموجة الكروية تتغير عسكياً مع r . اذن لنختبر هذا المفهوم بالنسبة الى حفظ الطاقة : لنتصور وجود مصدر نقطي في الفضاء يبعث طاقة متساوية في جميع الاتجاهات (اي انه يبعث موجات كروية) ، ثم احيط هذا المصدر بسطحين كرويين خيـــاليين متحدي المركز انصاف اقطارهما r_2 , r_1 كما في شكل(2 – 4) .

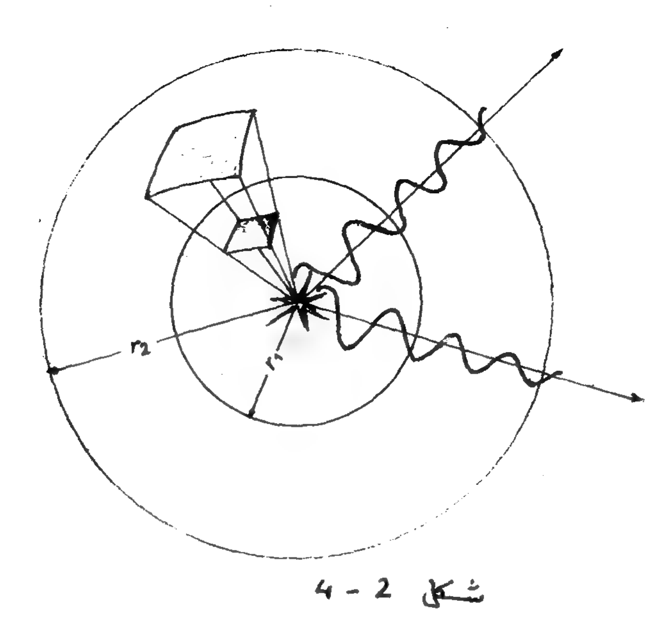
لنفرض ان $E_0(r_2)$, $E_0(r_1)$ يمثلان السعة للسطحين على التوالي . فاذا كانت الطاقة محفوظة فان الكمية الكلية للطاقة التي تمر خلال اي من السطحين في الثانية يجب ان تكون متساوية فلو ضربنا I بمساحة السطح ثم اخذنا الجذر التربيعي نحصل عـــلى :–

$$r_1 E_0(r_1) = r_2 E_0(r_2)$$

ومادامت كل من r_2 , r_1 فرضيتين ، فهذا يعني ان :

$$r\, E_0(r) = \text{ثابت}$$

اي ان السعة ستتناقص عكسيا مع r وعليه فان السطوع من المصدر النقطي يتناسب مع $\frac{1}{r^2}$ وهذا ما يعرف بقانون التربيع العكسي .



شكل 2 - 4

الشكل الهندسي لقانون التربيع العكسي

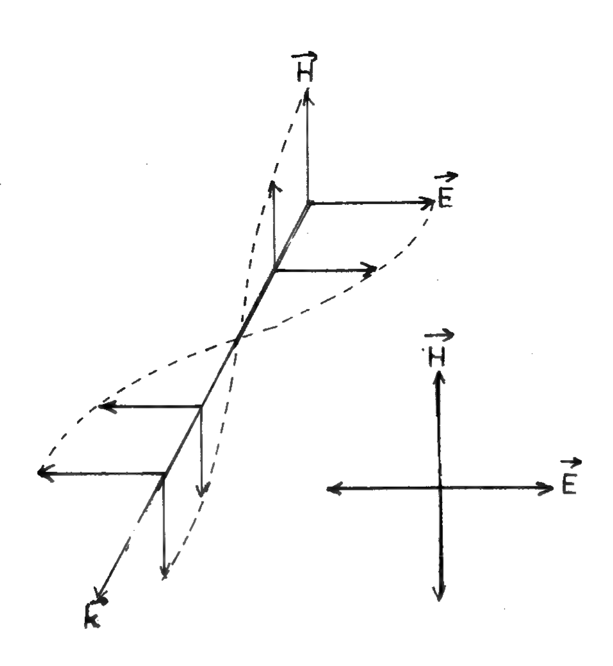
2 - 5 الاستقطاب الخطي : Linear Polarization

لنتصور موجة كهرومغناطيسية توافقية مستوية والتي فيها يعبر عن $\vec{E}$ و $\vec{H}$ بـ :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \qquad \text{............ (24)}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \exp.i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \qquad \text{............ (25)}$$

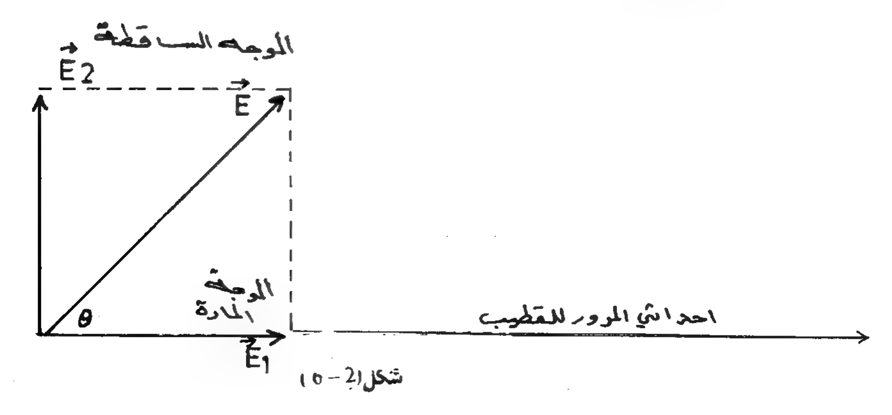
فاذا كانت السعات $\vec{H}_0 , \vec{E}_0$ متجهات حقيقية ثابتة ، قيل عن الموجة بأنها قد استقطبت خطياً او استقطبت استوائياً . وفي البصريات اعتدنا على تمثيل اتجـــاه الاستقطاب باتجاه المجال الكهربائي . الشكل (2 - 5) يمثل تخطيطا للمجالات في مستوى استقطاب الموجة الخطي . ولقد اكتشفت الواح معينة مصنوعة من البولاريد (Polaroid) تسمح لمرور مركبة المجال الكهربائي التي تكون في اتجاه واحد معين فقط تدعى مثل هذه الالواح بالقطبيات .



شكل(2 – 5)

المجالات في موجة مستقطبة خطياً

ان المجال الكهربائي الآني $\vec{E}$ يمكن تحليله الى مركبتيه $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ شكل(2 – 6)،



شكل(2 – ٥)

العلاقة بين المجالات الساقطة والمارة لقطيب خطي

حيث E_1 على امتداد محور المرور للقطيب . فاذا صنعت E زاوية θ مع محور المرور فان مقدار المجال الماريكون :

$$E_1 = E \cos \theta \quad .... (26)$$

الشدة المارة تتناسب مع مربع المجال :

$$I_1 = I \cos^2 \theta \quad .... (27)$$

حيث I شدة الحزمة الساقطة .

اما بالنسبة للضوء غير المستقطب فان كل قيم θ لها نفس الاحتمالية وعليه فان المرورية لقطيب خطي بالنسبة الى ضوء غير مستقطب تساوي معدل مقدار $\cos^2\theta$ وتساوي $\frac{1}{2}$

2 – 6 الاستقطاب الدائري : Circular Polarization

لنتصور الحالة الخاصة لموجتين مستقطبتين خطياً ومتعامدتين ولهما نفس السعة E_0 وفرق الطور بينهما يساوي $\frac{\pi}{2}$. لتمثيل هذه الموجات سنختار محاور بحيث ان المتجهات الكهربائية للموجات تقع على y,x على التوالي $j E_0 \sin(kz - \omega t)$, $i E_0 \cos(kz - \omega t)$:

المجال الكهربائي الكلي $\vec{E}$ يساوي المجموع الاتجاهي لهاتين المركبتين

$$\vec{E} = E_0 \left[\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t) \right] \quad .... (28)$$

والمعادلة الاخيرة هي الحل الجيد لمعادلة الموجة ويمكن وصفها على انها موجة واحدة فيها المتجه الكهربائي – وعند نقطة معينة – يمتلك مقداراً ثابتاً ويدور بتردد زاوي مقداره ω. يقال عن هذا النوع من الموجات بأنها قد استقطبت دائرياً شكل (2 – 7).

أخذت الاشارات في المعادلة (28) على اساس ان المتجه الكهربائي يدور في الفضاء مع عقرب الساعة عند النظر عكس اتجاه الانتشار .استقطاب هذه الموجة يدعى بالاستقطاب الدائري اليميني (right circularly polarized)

اذا تغيرت اشارة الحد الثاني فان اتجاه الدوران سيتغير ويصبح عكس عقرب الساعة عند النظر عكس اتجاه انتشار الموجة واستقطابها هنا يدعى بالاستقطاب الدائري اليساري (left circularly polarized)

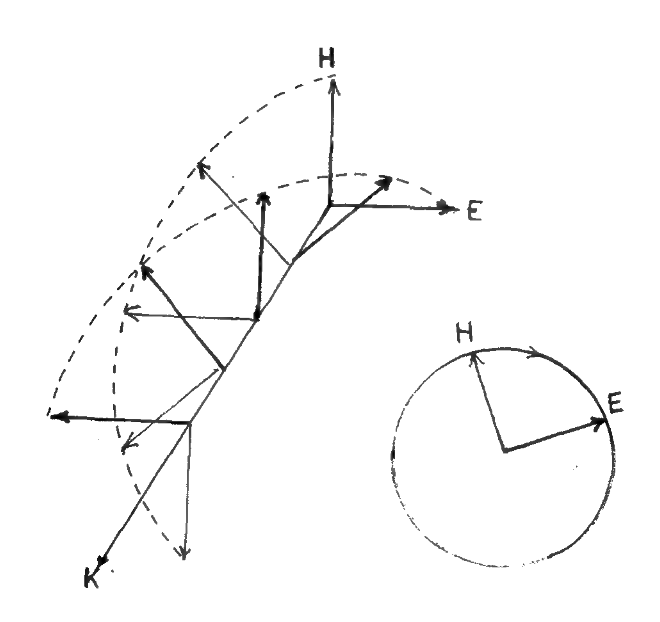
لنرجع الآن الى الرموز العقدية . فالمجال الكهربائي للاستقطاب الدائري يمكن كتابته بشكل عقدي على نحو :

$$\vec{E} = \hat{i}\, E_0 \exp i\,(kz - \omega t) + \hat{j}\, E_0 \exp i\,\left(kz - \omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{.......... (29)}$$

ومن معرفة $i = e^{i\pi/2}$ يكون :

$$\vec{E} = E_0\,(\hat{i} \pm i\hat{j}) \exp . i\,(kz - \omega t) \quad \text{.............. (30)}$$

من السهولة التحقق بأن الجزء الحقيقي من المعادلة في اعلاه هو نفسه الموجود في المعادلة (28) حيث الاشارة السالبة يجب ان تستعمل لتمثل الاستقطاب الدائري اليميني والموجبة لتمثيل الاستقطاب الدائري اليساري .

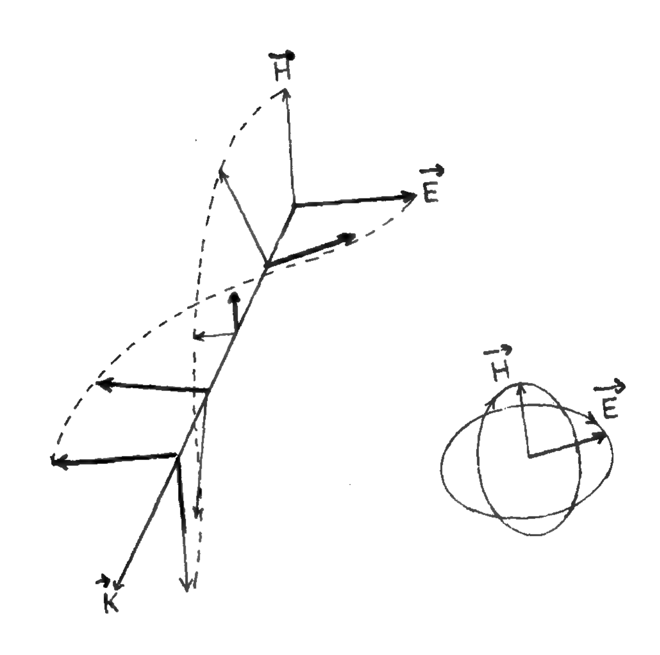


شكل (2 – 7)

المجالات في موجة مستقطبة دائرياً

2 - 7 الاستقطاب الاهليجي : Elliptic Polarization

اذا لم تكن لمركبات المجال نفس السعة كأن : $\hat{i}\, E_0 \cos(kz - \omega t)$ و $\hat{j}\, E_0' \sin(kz - \omega t)$ حيث $E_0 \neq E_0'$، فان محصلة المتجهة الكهربائي عند نقطة في الفضاء تدور وتتغير بالمقدار بالطريقة التي فيها يرسم نهاية المتجه شكلاً اهليجيا شكل (2 - 8) في هذه الحالة يقال عن الموجة بأنها قد استقطبت اهليجياً .



شكل(2 - 8)

المجالات في موجة مستقطبة اهليجياً .

في بعض الاحيان يكون من المستحسن استعمال متجه سعة عقدي ξ_0 :

$$\xi_0 = \hat{i} E_0 + i \hat{j} E_0' \qquad .(31)$$

والموجة المناظرة :

$$E = \xi_0 \exp. i(kz - \omega t) \qquad ...(32)$$

هذا التعبير ممكن ان يمثل أي نوع من الاستقطاب . فاذا كانت E_0' حقيقية فسنحصل على استقطاب خطي بينما اذا كانت عقدية يكون الاستقطاب اهليجي . وفي حالة الاستقطاب الدائري فيكون الجزء الحقيقي مساوياً الى الجزء الخيالي لـ ξ_0 .

8-2 تمثيل الاستقطاب بوساطة المصفوفات – رياضيات جونس

Matrix Representation of Polarization The Jones calculus

ان تمثيل السعة بمتجه عقدي معادلة (31) ليس هو التعبير الاعم . وذلك لاعتباره مركبة x حقيقية ومركبة y خيالية . هناك طريقة اكثر شمولية لكتابة السعة العقدية للموجة التوافقية المستوية (31) وهي :

$$\vec{\xi}_0 = \hat{i}\,\xi_{0x} + \hat{j}\,\xi_{0y} \qquad ...(33)$$

حيث ان ξ_{0x} ، ξ_{0y} عقديتان ويمكن تمثيلهما بشكل :

$$\xi_{0x} = E_0\, e^{i\phi_x} \qquad ...(34)$$

$$\xi_{0y} = E_0\, e^{i\phi_y} \qquad ...(35)$$

التعبير الملائم لهذا الزوج من السعات العقدية يكون بالمصفوفات والمعرفة بمتجه جونس :

$$\begin{bmatrix} \xi_{0x} \\ \xi_{0y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}\, e^{i\phi_x} \\ E_{0y}\, e^{i\phi_y} \end{bmatrix} \qquad ...(36)$$

من الممكن استنتاج قاعدة اساسية من قيمة متجه جونس وذلك بالقسمة على عدد عقدي ملائم بحيث ان مربع المقدار المطلق لمركبتيه تساوي الوحدة . بهذه الطريقة نتمكن

من الحصول على تمثيل بسيط لحالة الاستقطاب لموجة مستوية توافقية . مثلاً $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ يمثل حزمة مستقطبة خطياً باتجاه محور x و $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ يمثل حزمة مستقطبة خطياً باتجاه محور y .

المتجهات $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ او $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ تمثل حزمة مستقطبة خطياً باتجاه 45 بالنسبة الى محور x

الاستقطاب الدائري يمثل بـ $\begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$.حيث الاشارة السالبة تعني الاستقطاب اليميني والاشارة الموجبة تعني الاستقطاب اليساري .

واحدة من التطبيقات المهمة كرياضيات جونس هي حساب الناتج لمجموع موجتين او اكثر عند استقطاب معين . اذ يتم ذلك بجمع متجهات جونس . نفرض مثلاً اننا نود معرفة الناتج من جمع موجتين لهما نفس السعة . واحدة استقطابها دائري يميني والاخرى دائري يساري فباستعمال رياضيات جونس :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1 \\ -i+i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \ldots (37)$$

الناتج النهائي يبين ان الموجة الناتجة مستقطبة خطياً باتجاه محور x وسعتها بقدر مرتين لأي من المركبات الدائرية .

2 - 9 الاستقطاب المتعامد : Orthogonal Polarization

اذا مثلت حالتين للاستقطاب بمتجه السعات العقدية $\tilde{\zeta}_1 , \tilde{\zeta}_2$ فيقال عنهما انهما متعامدتان اذا كانت :

$$\tilde{\zeta}_1 \cdot \zeta_2^* = 0 \qquad \ldots (38)$$

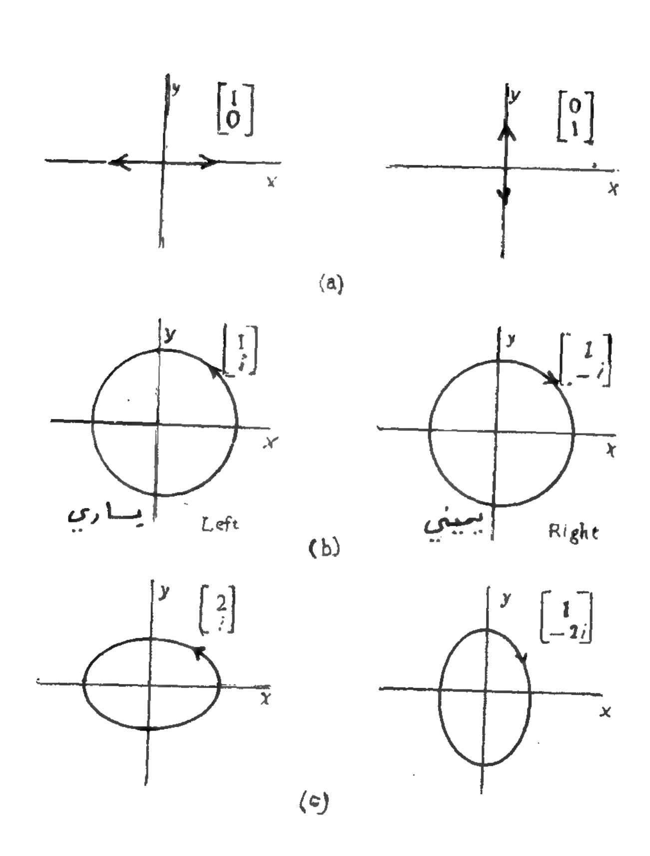
حيث * تمثل المرافق العقدي (complex conjugate)

بالنسبة الى الاستقطاب الخطي . فالتعامد يعني بان المجالات مستقطبة عمود يا على بعضها البعض ففي حالة الاستقطاب الدائري . نلاحظ بان الاستقطابين الدائري اليميني والدائري اليساري في حالة تعامد . وبدلالة موجهات جونس فانه من السهل التحقق ان :

$\begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \vec{B}_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{A}_2 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix}$ متعامدة اذا حققوا :

$$\dot{A}_1 \, \dot{A}_2^* + \dot{B}_1 \, \dot{B}_2^* = 0 \qquad \ldots (39)$$

فمثلا $\begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2i \end{bmatrix}$ يمثلان زوجا في حالات تعامد للاستقطاب الاهليجي كما في شكل (9 2)



شكل 2 9

شرح لبعض متجهات جونس

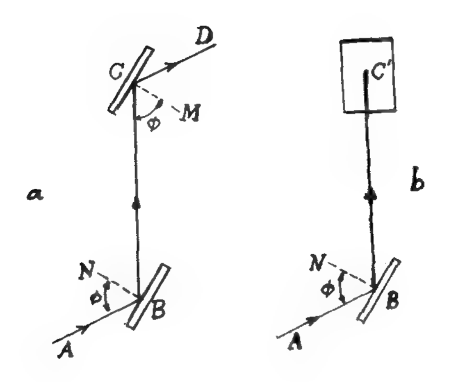
2 – 10 الاستقطاب بالانعكاس Polarization by Reflection

ان الطرق العامة التي تستعمل للحصول على ضوء مستقطب هي : الانعكاس والانكسار (اومرور الضوء خلال الواح مستوية) والانكسار المزدوج والاستطارة والامتصاص الانتقائي . والاستقطاب بالانعكاس هو احدى الطرق التي بوساطتها نستطيع الحصول على ضوء مستقطب من ضوء عادي غير مستقطب . وهناك تجارب كثيرة اجريت في هذا الموضوع . من بينها تلك التي اجراها العالم مالس (Malus-1808) . والفكرة المبسطة لتجربته تستند على انه اذا سقطت حزمة من ضوء ابيض عند زاوية معينة على سطح مصقول لزجاج عادي فان الضوء المنعكس يستقطب استوائيا . ومن الطبيعي ان يبدو هذا الضوء غير مختلف عن الضوء الساقط ولكن يمكن ملاحظة استقطابه اوعدمه بسهولة بوساطة انعكاسه عن لوح زجاجي آخر .

والتجربة هي كمايلي : تسقط الحزمة AB من ضوءغيرمستقطب(2 – 10a)بزاوية 57 على اللوح الزجاجي الاول في نقطة B فتنعكس بزاوية 57 عن اللوح الثاني C الموازي للوح الزجاجي الاول . ولو ادير اللوح الثاني حول المحور BC فان شدة الحزمة المنعكسة عن C تقل تدريجيا حتى تصل الى الصفر حينما تكون قد دارت 90 (يجب الحفاظ على زاوية السقوط بصورة ثابتة عند الدوران حول BC) .

ومن الممكن اجراء التجربة بصورة افضل باستعمال لوح زجاجي مسود من الخلف شكل (2 10b) عندئذ ستظهر الحزمة الاولى المنعكسة BC′ وكانما قد قطعت واختفت عند C′ وحينما يدور اللوح C′ بزاوية اكبر حول المحور BC فان الحزمة المنعكسة CD تعود للظهور وتزداد شدتها حتى تصل اقصى مايمكن عندما تكون قد دارت 180 . واذا استمرينا بالدوران تتناقص الشدة ثانية وتصل صفر مرة اخرى عند 270 . وشدة قصوى عند 360 وهكذا .

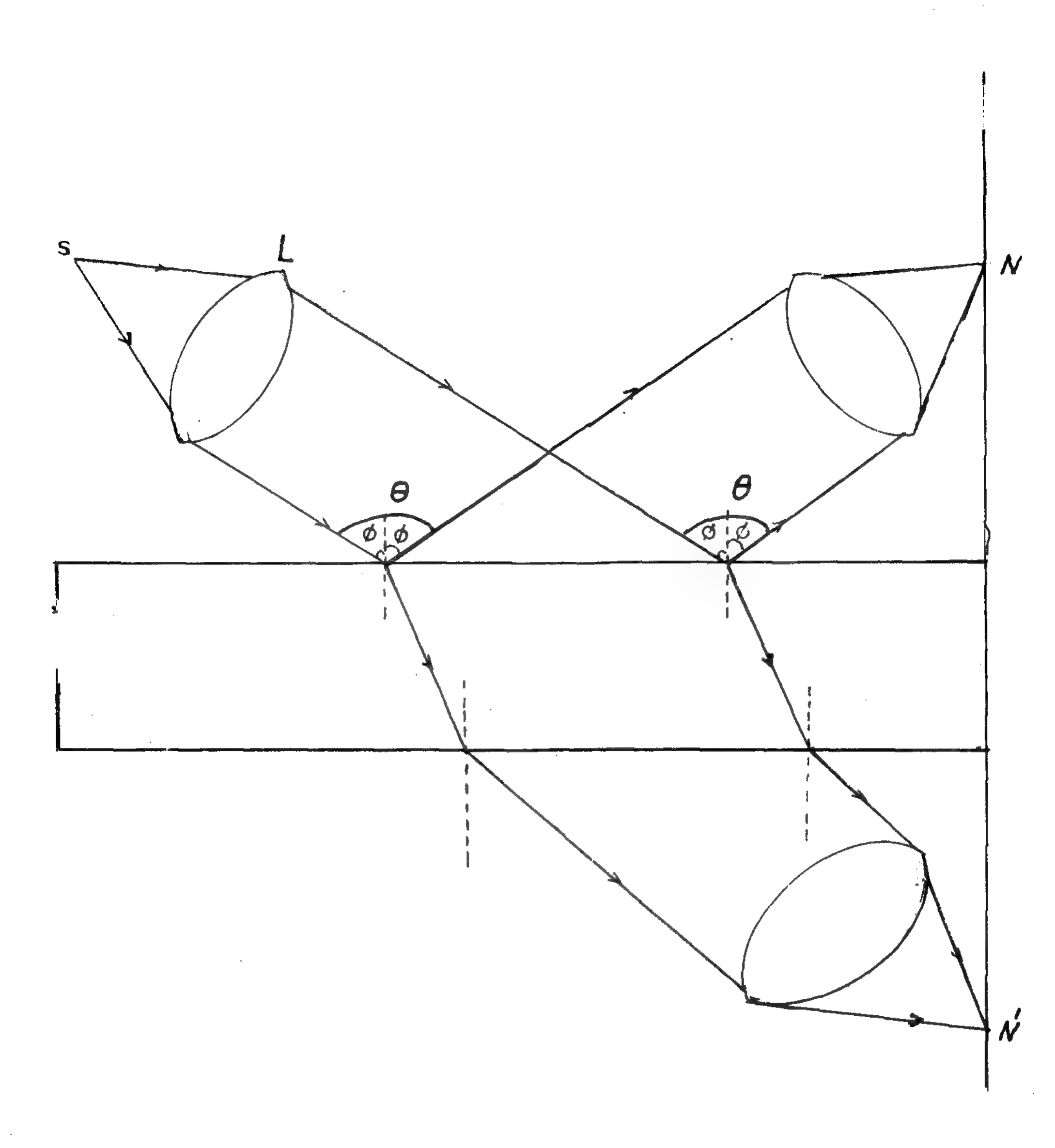
اما اذا كانت زاوية السقوط لأي من اللوحين او المرآتين لا تساوي 57 فان الحزمة المنعكسة الثانية تزداد وتتناقص شدتها كما مر سابقا ولكن الشدة الدنيا لاتكون مساوية الى الصفر . وبصورة عامة ان كانت زاوية السقوط تساوي θ_p فان الزاوية الحرجة θ_p التي تنتج شدة دنيا تساوي صفرا بالنسبة الى الانعكاس الثانوي تسمى بزاوية الاستقطاب θ_p وتختلف بالنسبة الى الانواع المختلفة من الزجاج (وهذا ما سنأتي على ذكره) . وتوجد تجربة اخرى بسيطة يمكن بوساطتها التحقق فيما اذا كان الضوء المنعكس مستقطباً ام لا ؟



شكل (2 - 10)

الاستقطاب بالانعكاس عن سطح زجاجي

لنفرض ان مصدرا ضوئيا احادياً يقع في بؤرة العدسة اللامة L شكل (2 - 11) فالاشعة المتوازية القادمة من L تسقط على اللوح الزجاجي G فينعكس قسم منها ليكون الصورة N والباقي ينكسر مكونا الصورة N . فلو نظرنا في اتجاه الشعاع المنعكس خلال بلورة تورمالين (التي لها خاصية استقطاب الضوء) مناسبة السمك وادرنا البلورة حول الشعاع المنعكس . فان شدة الشعاع تتغير مع دوران البلورة وتبلغ شدة الضوء النافذ نهايتها العظمى في وصفين للبلورة وكذلك تبلغ شدة الضوء نهايتها الصغرى (ولكنها لاتنعدم) في وضعين متعامدين على وضعي النهاية العظمى .



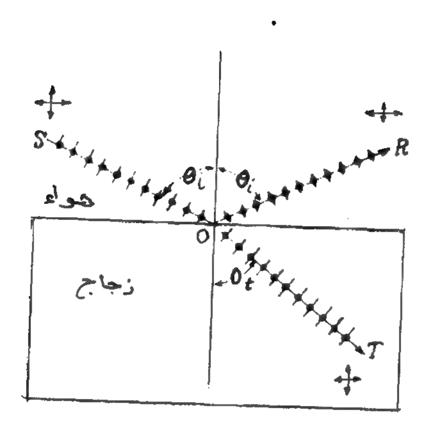
شكل 2 11

تجربة للتحقق من استقطاب الضوء بالانعكاس

2 - 11 زاوية الاستقطاب وقانون بروستر

The Polarizing angle and Brewster's Law:

لنتصور ان ضوءاغير مستقطب قد سقط بزاوية مقدارها θ_i على لوح من مادة عازلة مثل الزجاج شكل (2 12) فسيكون هناك دائما شعاع منعكس OR وشعاع منكسر



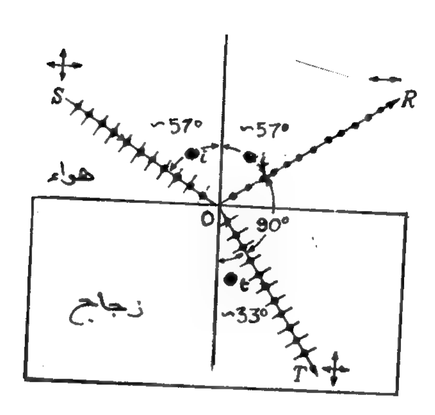
شكل (2 12)

الاستقطاب بالانعكاس والانكسار

OT . وكما ذكرنا سابقا فان الشعاع المنعكس OR يكون مستقطبا جزئيا وتوجد زاوية محددة (θ_p) مقدارها 57 للزجاج العادي لكي يستقطب الضوء استوائيا وتسمى بزاوية الاستقطاب . العالم بروستر هو اول من اكتشف انه عند زاوية الاستقطاب θ_p فان الشعاع المنعكس والشعاع المنكسر يكونان متعامدين (انظر (2 – 19) ، (2 – 20) وعند تطبيق قانون سنيل (Snells' Law) فان

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t}$$

ولكن عند θ_p ، تكون الزاوية ROT = °90 كما في شكل (2 - 13) اذن :



شكل (2 - 13)

تحقيق قانون بروستر

$$\sin \theta_t = \cos \theta_p$$

$$\frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_t} = \frac{\sin \theta_p}{\cos \theta_p} = n = \tan \theta_p \qquad \ldots (40)$$

هذا هو قانون بروستر والمعرف بالعلاقة بين معامل انكسار الضوء في اللوح العاكس وزاوية الاستقطاب . ولما كان معامل انكسار الضوء في وسط ما متوقفاً على التردد له . فان زاوية

الاستقطاب تختلف في الوسط الواحد باختلاف التردد (اوالطول الموجي) للضوء الساقط عليه ، ويترتب على هذا انه اذا اسقطنا على اللوح ضوءاً أيضا بدلا من ضوء احادي . وكانت زاوية السقوط هي زاوية الاستقطاب بالنسبة الى لون ما (الاحمر مثلاً) فان الضوء المنعكس لايكون مستقطبا استقطابا تاما الا بالنسبة الى اللون الاحمر . ولكن في الزجاج الاعتيادي يكون هذا الاختلاف بحيث ان زاوية الاستقطاب θ_P لاتتغير كثيراً خلال الطيف المرئي ويمكن التحقق من هذا باستخراج θ_p لاطوال موجية متعددة مع استعمال معامل الانكسار (n) المناظرة لهذه الاطوال الموجية .

ليس من الصعب فهم السبب الفيزياوي الذي يجعل الضوء المتذبذب في مستوى السقوط لاينعكس عند زاوية بروستر . ان الضوء الساقط يجعل الالكترونات لتلك المادة في حالة تذبذب ، ونتيجة لذلك نحصل على اعادة اشعاع الضوء أي نحصل على الضوء المنعكس ، وحينما يصنع الشعاع المنعكس زاوية $90°$ مع الشعاع المنكسر فان التذبذبات التي تكون عمودية على مستوى السقوط هي وحدها التي تكون مشتركة ، اما التي تكون في مستوى السقوط فليس لها مركبات تعترض باتجاه $90°$ وعليه فلا تستطيع الاشعاع بذلك الاتجاه .

12 - 2 الاستقطاب بالانكسار The Polarization by Refraction

بينا فيما سبق انه اذا سقطت حزمة من ضوء احادي غير مستقطب على لوح من الزجاج فان الضوء المنكسر يكون مستقطباً جزئياً ويكون استقطاب الشعاع المنكسر جزئياً لجميع زوايا السقوط على سطح اللوح الزجاجي . اي انه لا توجد قيمة معينة لزاوية السقوط ينكسر عندها الضوء بحيث يكون مستقطباً استقطاباً استوائياً كما هو الحال بالنسبة الى الضوء المنعكس .

لنتصور ان الضوء الاعتيادي الساقط على اللوح مكون من حزمتين من الامواج كل منهما مستقطبة استوائياً واتجاه التذبذب في احداهما عمودية على اتجاه التذبذب في الاخرى . فاذا كان تذبذب الضوء في احدى الحزمتين يوازي مستوى السقوط (اي مستوى هذه الصفحة) كان اتجاه تذبذب الضوء في الحزمة الاخرى عمودياً على هذا المستوى ، وينعكس (كما وينكسر) جزئياً ، الضوء الذي يكون اتجاه تذبذباته موازيا لمستوى السقوط لجميع زوايا السقوط فيما عدا زاوية الاستقطاب التي ينكسر عندها 100% من هذا

الضوء . كذلك ينعكس جزئياً الضوء الذي يكون اتجاه تذبذباته عمودياً على مستوى السقوط لجميع زوايا السقوط . ومعنى هذا انه في حين يحتوي الشعاع المنكسر على التذبذبات الموازية لمستوى السقوط وكذلك التذبذبات العمودية لجميع زوايا السقوط فان

الشعاع المنعكس عند زاوية الاستقطاب لا يحتوي الا على التذبذبات العمودية على مستوى السقوط . فلو ان مقدار الضوء المنعكس عند سطح اللوح الزجاجي الذي معامل انكساره 1.5 كان حوالي 15% من الضوء الذي يسقط على اللوح ، لكان الضوء المنعكس عندما تكون زاوية السقوط مساوية لزاوية الاستقطاب سيحتوي على 15% من الضوء الذي اتجاه تذبذباته عمودية على مستوى السقوط في حين يحتوي الضوء المنكسر على 85% منه ، ومعنى هذا ان الضوء الذي يسقط على لوح الزجاج ينفذ منه وقد تخلص من بعض الضوء الذي اتجاه تذبذباته عمودي على مستوى السقوط (التفصيل الرياضي سنشرحه فيما بعد من هذا الفصل) .

2 - 13 الاستقطاب عند المرور من مجموعة من الالواح المتوازية

Polarization by a pile of Plates :

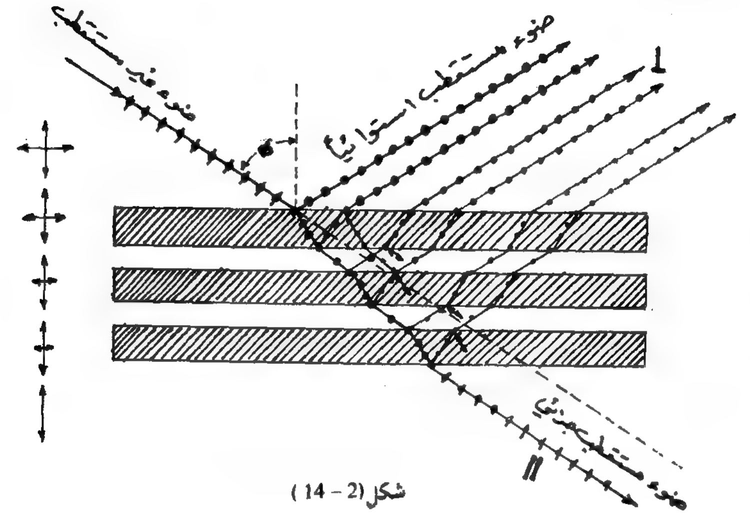
لو سقط ضوء على مجموعة من الالواح المتوازية بزاوية تساوي زاوية الاستقطاب فان الضوء النافذ يتخلص عند كل سطح من نسبة من الضوء الذي اتجاه تذبذبه عمودي على مستوى السقوط (انظر الضوء المنعكس في شكل 2 – 14) في حين ينفذ خلالها الضوء الذي يكون اتجاه تذبذبه موازياً لمستوى السقوط .

ومن الممكن حساب درجة الاستقطاب (V) بالنسبة الى الضوء المار وذلك بجمع الشدتين للمركبات الموازية I والمركبات العمودية I_l . ولكن يجب التنبه ، لأن الحسابات أخذت بنظر الاعتبار الاشعة التي تمر مباشرة فقط ، بل كذلك تلك التي تعاني من انعكاسات متتالية مرتين او اكثر ، وفي الوقت نفسه اهمل أي تأثير للامتصاص الذي ربما قد يسبب زيادة في مقدار (v) وعليه فان :

$$V = \frac{I_{11} - I_l}{I_{11} + I_l} = \frac{m}{m + \left[\frac{2n}{1 - n^2}\right]}$$

حيث ان : v = درجة الاستقطاب . و m = عدد الالواح (أي 2m من الاوجه)
و n = معامل الانكسار :

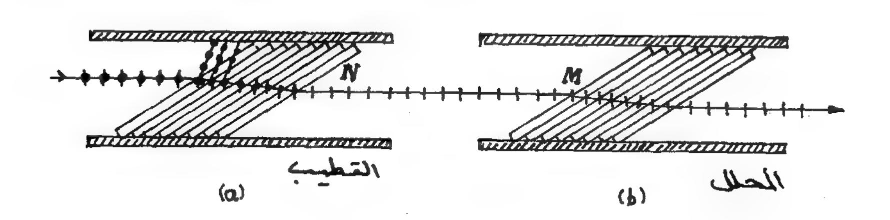
تبين المعادلة (41) انه كلما زاد عدد الالواح ، اقتربت درجة الاستقطاب من



شكل (2 – 14)

استقطاب الضوء عند مروره من مجموعة من الالواح

الوحدة أو 100°/ₒ . الشكل (2 – 15) يمثل مجموعتين من الالواح وضعتا في مسار ضوء



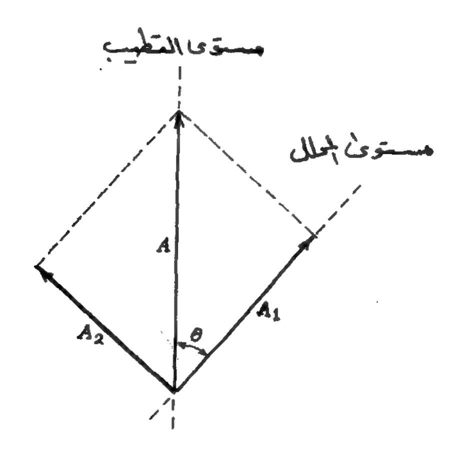
شكل (2 – 15)

مجموعتان من الالواح ، المجموعة(a)تمثل القطيب والمجموعة(b)تمثل المحلل

اعتيادي . فلو ان مستوى السقوط لاحداهما كان موازيا لمستوى السقوط للأخرى فان الضوء النافذ من مجموعة الالواح الأولى والتي تدعى بالقطيب (Polarizer) ينفذ كذلك من المجموعة الثانية للالواح المسماة بالمحلل (Analyzer) . ولكن لو ادير المحلل بزاوية 90 حول المحور NM فان هذا يسبب عدم وضوح الاشعة النافذة مادام التذبذب قد اصبح عموديا على مستوى السقوط بالنسبة الى المحلل لذلك فانها تنعكس . و لكن زيادة التدوير عن 90 ستعيد ظهور الضوء . وعند دورة كاملة سنحصل على موضع تكون الشدة فيه اكبر مايمكن وفي موضع آخر تكون الشدة اقل مايمكن من الضوء النافذ .

2 – 14 قانون مالس Law of Malus :

ان قانون مالس يبين كيف ان شدة الضوء المار من المحلل تتغير مع الزاوية التي يصنعها مستوى الضوء المار من خلال اللوح مع القطيب . فلو فرضنا ان المحلل قد ادير بزاوية θ حول الاتجاه MN شكل (2 – 15) فان سعة تذبذب الضوء (والذي يكون استقطابه استوائيا) النافذ من القطيب يمكن تحليلها الى مركبتين الأولى باتجاه مستوى الاستقطاب للمحلل والاخرى عمودية على هذا الاتجاه كما في شكل (2 – 16) والمركبة الأولى هي التي تمر فقط .



شكل 2 – 16

سعة الضوء المستقطب في مستوي .

ان A تمثل السعة النافذة من اللوح القطيب التي تقطع المستوى العمودي على الصفحة ، وحينما يسقط هذا الضوء على المحلل ، تتحلل السعة الساقطة الى مركبتين A_1 ، A_2 ، A_2 هي التي تحذف بالمحلل وفي مجموعة الالواح فانها تنعكس الى جهة واحدة وعليه فان سعة الضوء التي تمر خلال المحلل هي : $A_1 = A \cos \theta$

ولكن A هي في ذات الوقت تمثل سعة المجال الكهربائي E_0 المار من القطيب اي ان : $E_1 = E \cos \theta$ ، وحسب المعادلة (23) ينتج :

$$I(\theta) = \frac{1}{2 \mu v} E_0^2 \cos^2 \theta .$$

ان الشدة ـ القصوى تحدث عندما تكون الزاوية المحصورة بين محوري القطيب والمحلل مساوية للصفر أي ان :

$$I(0) = E_0^2 / 2 \mu v$$

لذا فان معادلة الشدة النافذة تكتب بالشكل التالي : $I(\theta) = I(0) \cos^2\theta$ وهو مايعرف بقانون مالس .

يجب ان لايغيب عن البال بأن $I(0)$ تمثل نصف شدة الضوء الاعتيادي غير المستقطب والتي سقطت على لوح القطيب بشرط اهمال الخسارة بالضوء الممتص حين مروره خلال القطيب كما توجد ايضا خسارة عند مرور الضوء في المحلل .

واخيراً فعندما يكون المجال الكهربائي المار من القطيب عموديا على محور المحلل (أي حالة التصالب Crossed) فالمعادلة الأخيرة تصبح : $I(90) = 0$
أي أنه لايوجد مركبة للمجال الكهربائي موازية لمحور المحلل وهذا يعني اختفاء الاشعة النافذة من المحلل .

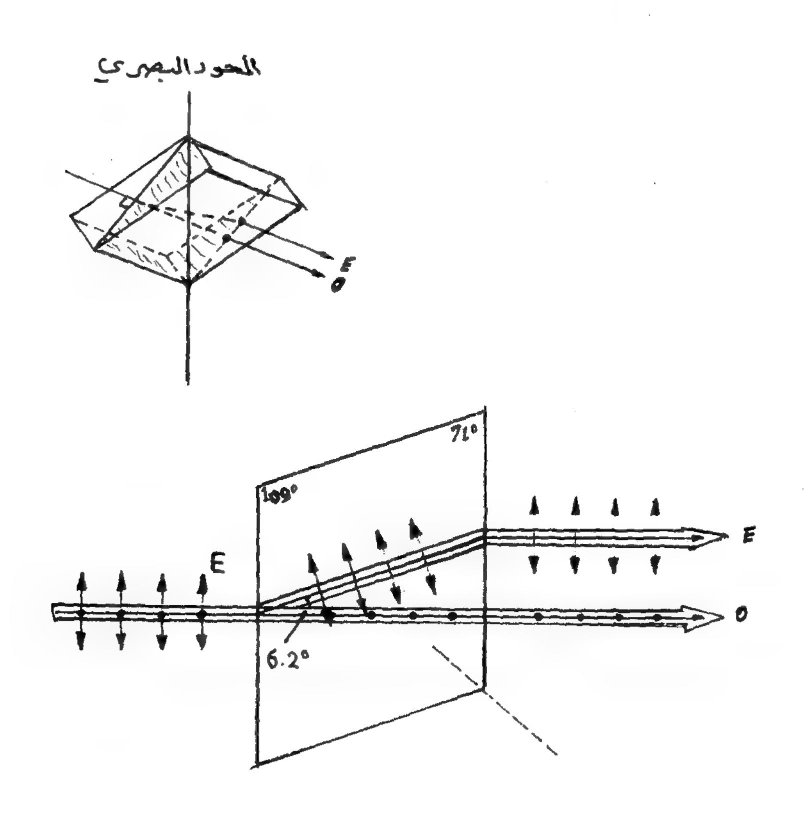
2 – 15 الاستقطاب بالانكسار المزدوج

Polarization by Double Refraction :

اكتشف العالم بارثولينوس (Bartholinus) في القرن السادس عشر انه اذا نظر الى نقطة مضيئة خلال بلورة الكالسايت وهي $CaCO_3$ (Calcite) والمعروفة باسم باسم ايسلاند سبار (Iceland Spar) فستكون لها صورتان تظهر احداهما اقرب الى السطح من الصورة الاخرى .

فحينما تسقط حزمةضوئية على بلورة الكالسايت او على بلورة الكوارتز ، تتكون حزمتان منكسرتين بالاضافة الى الحزمة المنعكسة . هذه الظاهرة تسمى بالانكسار المزدوج . وعند قياس زوايا انكسار مختلفة لمختلف زوايا السقوط وجد بان قانون سنيل يطبق على نوع واحد من الاشعة دون الاخرى .

ان الشعاع الـذي ينطبـق عليه قانـون سنيل يسمى بالشعاع الاعتيـادي (Ordinary ray) ويرمز له بالحرف (0) . والشعاع الآخر والذي لا ينطبق عليه قانون سنيل يدعى بالشعاع الاستثنائي (Extraordinary ray) ويرمز له بالحرف (E) . وما دام وجها الكالسايت المتقابلان متوازيين دائماً فان الشعاعين المنكسرين يكونان متوازيين وموازيين للشعاع الساقط كما في شكل(2 - 17).

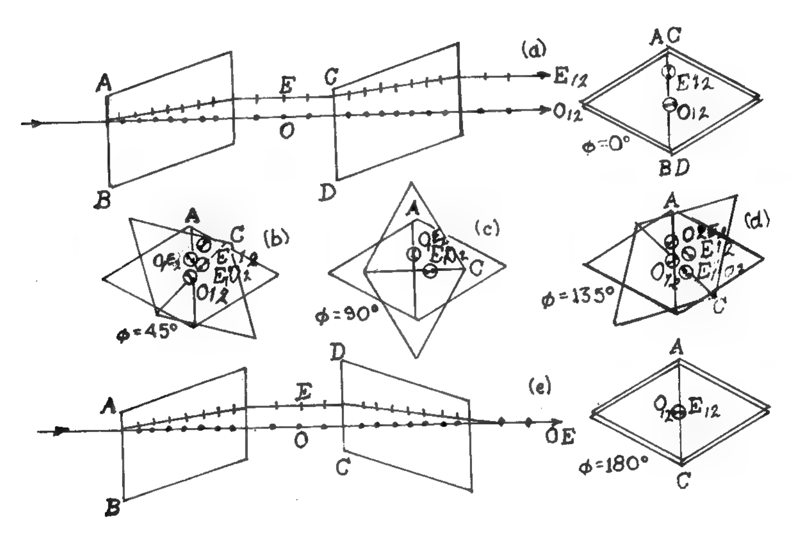


شكل (2 - 17) (المحور البصري) حزمة الضوء المارة من بلورة الكالسايت خلال المقطع الاساس

واذا كان الشعاع الساقط،عموديا على السطح فان الشعاع الاستثنائي ينكسر بزاوية معينة (ليست صفراً) ثم يخرج مبتعدا وموازيا للشعاع الساقط.

اما الشعاع الاعتيادي فانه سيمر بصورة مستقيمة خلال البلورة من غير اي انحراف ويدور الشعاع E حول الشعاع O عند دوران البلورة حول الشعاع الساقط ،وتتوقف ازاحة الشعاع الاستثنائي على سمك البلورة نفسها وعلى طبيعتها وعند دراسة الضوء النافذ من بلورة الكالسايت نجد ان كلا من الشعاعين O ، E مستقطبان استوائياً وان اتجاه ذبذبة احدهما عمودية على اتجاه ذبذبة الآخر.

فلو وضعت بلورتين من الكالسايت بعضهما قرب بعض بحيث ان المستوي الرئيس لاحداهما كان موازيا موازيا للمستوي الرئيس للأخرى كما في شكل (2 – 18a) اي ان

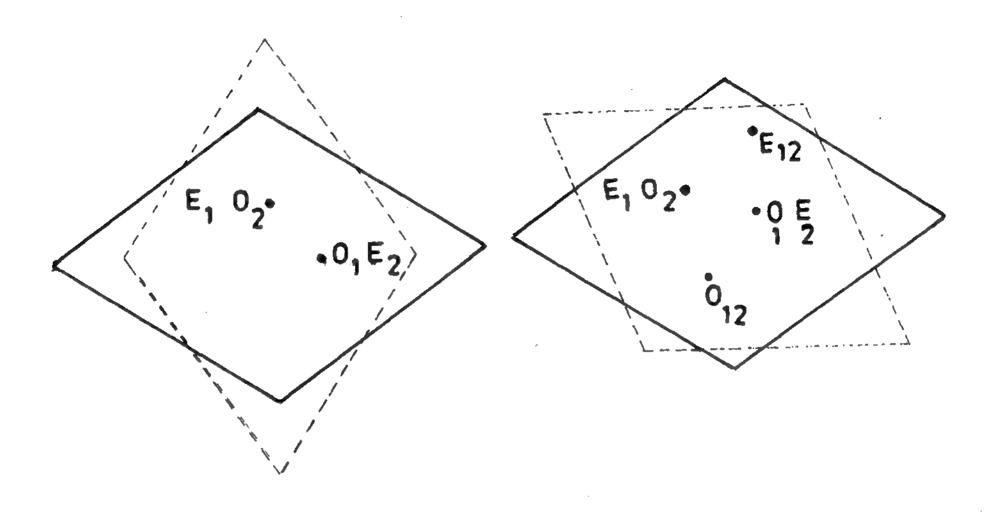


شكل (2 – 18) الانكسار المزدوج والاستقطاب في بلورتي الكالسايت عندما يصنع القطع الاساس لاحدهما زوايا مختلفة مع الاخرى.

وضع الثانية مماثل لوضع الاولى فان الشعاع (0) بالنسبة الى البلورة الاولى يخترق البلورة الثانية شعاعاً اعتيادياً ايضاً 0 من غير ان يعاني انحرافاً كذلك يخترق الشعاع الاستثنائي E (بالنسبة الى البلورة الاولى) البلورة الثانية شعاعاً استثنائيا بازاحة اضافية تتناسب وسمك البلورة الثانية.

واذا اديرت البلورة الثانية قليلاً حول العمود على السطح الطاس بينما تبقى البلـــورة الاولى ثابتة فان الشعاع O_1 بالنسبة الى البلورة الاولى ينفذ من البلوره الثانية وقد تحلل الى

شعاعين : الشعاع الاعتيادي O_{12} والشعاع الاستثنائي $O_1 E_2$. كذلك ينفذ الشعاع الاستثنائي E_1 (بالنسبة الى البلورة الاولى) من البلورة الثانية وقد تحلل الى شعاعين هما : الشعاع الاعتيادي E_1O_2 والشعاع الاستثنائي E_{12} كما في شكل (2 - 19) حيث ان .



شكل 2 - 19

نقاط نفوذ الاشعة و عندما تدور البلورة الثانية بالنسبة الى بلورة الاولى .

نقط خروج الاشعة $E_1\ O_2$, E_{12} , $O_1\ E_2$, O_{12} تكون متوازي اضلاع ، اضلاعه توازي المستويين الاساسيين لبلورتي الكالسايت . ومما يجدر ملاحظته ان شدة الشعاعين E_{12},O_{12} تتناقص مع دوران البلورة الثانية بينما تزداد شدة الشعاعين O_1E_2 و E_1O_2 مع دورانهما حتى اذا مابلغت زاوية الدوران 45° اصبحت شدتهما جميعا متساوية شكل (2 - 18b) . ومع زيادة الدوران تقل شدة الشعاعين E_{12} , O_{12} بينما تزدادشدةالشعاعين O_1E_2 و E_1O_2 حتى اذا مابلغ الدوران 90° اختفى الشعاعان E_{12} , O_{12} شكل (2 - 18c) وبلغت شدة الشعاعين O_1E_2 و $E_1\ O_2$ نهايتها العظمى .

وعند زيادة دوران البلورة الثانية فان الشعاعين E_{12} , O_{12} يعودان الى الظهور بينما تتضاءل شدةالشعاعين $O_1\ E_2$ و $E_1\ O_2$ بالتدريج حتى تصبح جميعاً متساوية الشدة عندما يبلغ الدوران 135° شكل (2 - 18d) وعند استمرار الدوران الى 180° تنعدم شدة

الشعاعين E_1O_2 ، O_1E_2 بينما تبلغ شدة الشعاعين E_{12} ، O_{12} نهايتها العظمى . وعند هذا الوضع يخترق الشعاع الاعتيادي O_1 البلورة الثانية شعاعاً اعتيادياً ويخترق الشعاع الاستثنائي E_1 البلورة الثانية شعاعاً استثنائياً ولكن نظراً لدوران المستوى الرئيس للبلورة الثانية بمقدار 180. فان ازاحة الشعاع الاستثنائي تكون في الاتجاه المضاد للازاحة بفعل البلورة الاولى وتكون الازاحة المحصلة هي الفرق بين الازاحتين . فاذا كانت البلورتان متساويتين السمك تماماً فان هذا يؤدي الى انطباق الشعاعين E_{12} ، O_{12} شكل (18c – 2)

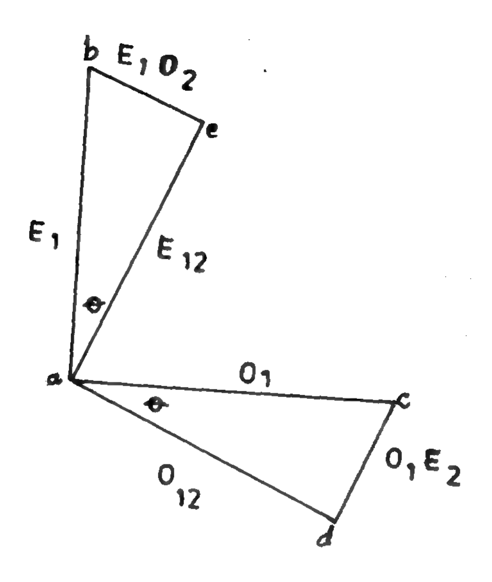
ان التغيرات التي تحدث في شدة الاشعة النافذة من بلورتي الكالسايت تكون نتيجة دوران احداهما بالنسبة الى الاخرى . اي عندما يسقط شعاع الضوء الطبيعي على بلورة الكالسايت الاولى فانه يتحلل الى شعاعين : الاعتيادي O_1 ويكون اتجاه تذبذبه عمودياً على المستوى الرئيس والاستثنائي E_1 ويكون اتجاه تذبذبه في المستوى الرئيس وهاتان الذبذبتان لهما السعة نفسها . ولهذا فانه من الممكن تمثيلهما بمتجهين متساويين ومتعامدين : ac ، ab شكل (2 – 20)

وعندما يخترق الشعاع الاستثنائي البلورة الثانية قادما من البلورة الاولى . حيث يصنع المستوى الرئيس للبلورة الثانية زاوية مع المستوى الرئيس للبلورة الاولى . فان السعة ab وهي (A) تتحلل الى مركبتين : الاولى ac وسعتها تساوي $A \cos \theta$ توازي المستوى الرئيس للبلورة الثانية والمركبة الاخرى ab وسعتها $A \sin \theta$ عمودية على المستوى الرئيس للبلورة الثانية . كذلك الامر عندما يخترق الشعاع الاعتيادي O_1 البلورة الثانية قادما من البلورة الاولى فان السعة ac التي هي (A) تتحلل الى مركبتين : احداهما eb وسعتها $A \sin \theta$ توازي المستوى الرئيس للبلورة الثانية والاخرى ad وسعتها $A \cos \theta$ عمودية على المستوى الرئيس للبلورة الثانية . ومن الشكل (2 20) يظهر بان المتجه $A\cos\theta = ac$ والذي يمثل سعة الذبذبة E_{12} يساوي المتجه $A \cos = ad$ الذي يمثل سعة الذبذبة O_{12} وتكون شدة اي من هاتين المركبتين مساوية $A^2\cos^2\theta$ ولهذا فاي منهما تختفي عند زاوية $\theta = 90$ او $\theta = 270$. وكذلك فان المتجه $A \sin \theta = be$ الذي يمثل سعة الذبذبة $E_1 O_2$ يساوي المتجه $A \sin \theta = cd$ الذي يمثل سعة الذبذبة $O_1 E_2$. وتكون شدة اي من هاتين المركبتين تعادل $A^2 \sin^2 \theta$. لذا فاي منهما تختفي عند $\theta = 0^0, 180^0$

2 – 16 الاستقطاب بوساطة البلورات ذات الامتصاص الانتقائي

Polarization by Dichroic crystal :

توجد انواع من البلورات لها صفة اختيار امتصاص معين لاي من المركبات المتعامدة



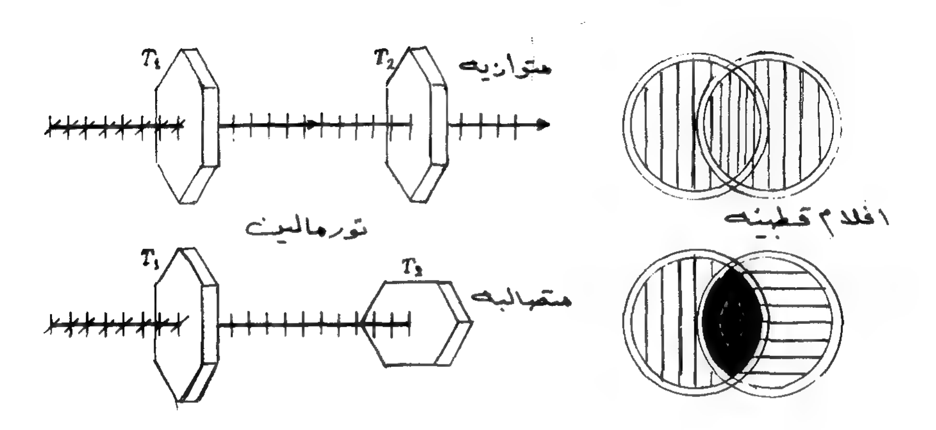
شكل (2 – 20)

للضوء الاعتيادي . ان هذه الصفة اظهرتها عدد من الفلزات والمركبات العضوية وربما كانت افضلهم هي بلورة التورمالين (Tourmaline)

حينما تمر حزمة ضيقة من ضوء اعتيادي خلال صفيحة رقيقة من التورمالين T_1 كما في شكل (2 – 21) فان الضوء المار يستقطب . ومن الممكن التحقق منه بوساطة بلورة ثانية T_2 (الحالة a) . وحينما تكون T_1 . T_2 متوازيتين فان الضوء المار من البلورة الاولى يستمر من البلورة الثانية ايضاً . ولكن عندما تدور البلورة الثانية بزاوية 90 (الحالة b) فلن نحصل على اي ضوء خارج .

ان التأثير الملاحظ كان سببه الامتصاص الانتقائي للتورمالين لكل الضوء المتذبذب

في مستوى واحد معين (التذبذب O) وليس للضوء المتذبذب بمستوى عمودي (التذبذب E). لذا يظهرمن الشكل(2 - 21)بان تذبذبات E التي تكون موازية للحافة الطوليةللبلورة هي التي تمر فقط . لذلك لانلاحظ ضوءاً يخرج من البلورة في (b) .



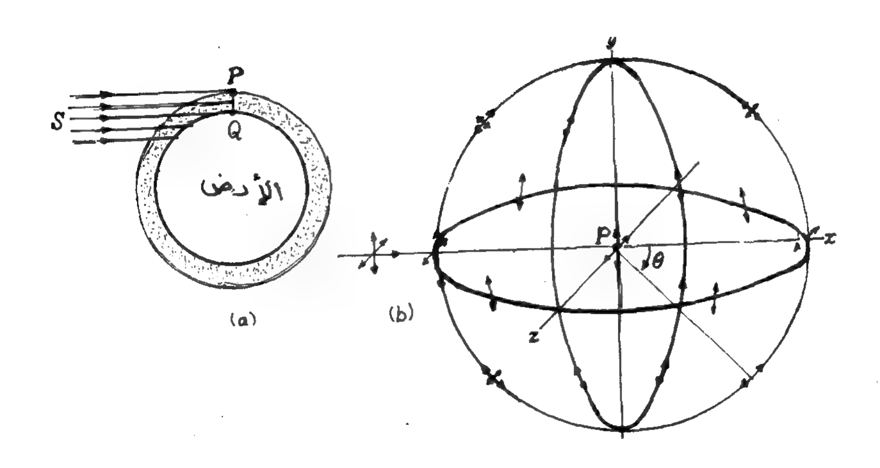
شكل (2-21)بلورتا التورمالين في حالة التوازي وحالة التصالب

لما كانت بلورة التورمالين تتلون (نوعا ما) فانها لاتستعمل بالاجهزة البصرية كقطيب او محلل ومن اجل الحصول على بلورة قطبية لها طاقة كبيرة فقد صنعت نوعية معينة من قبل العالم هيرابات (Herapath 1852) وهي عبارة عن مركبات عضوية وتدعى هيراباثايت (herapathite)والتي تمتص كليا احدى مركبات الضوء المستقطب وتمرر الاخرى ولو بخسارة قليلة وتحتوي احدى النوعيات للمستقطبات (التي تصنع بشكل افلام رفيقة) على مثل هذه البلورات واخيراً فلقد اكتشف المستقطبات من قبل العالم لاند (Land 1932)واستعملت في انواع مختلفة من الاجهزة البصرية.

2 - 17 الاستقطاب بالاستطارة : Polarization by Scattering

الاستطارة لاتعتبر طريقة خاصة من طرق استقطاب الضوء وذلك لكون الاستقطاب هنا غير كامل وشدته قليلة (وفي الفصل الخامس اشارة الى موضوع الاستطارة بشيء من التفصيل).

لو ان شخصا نظر الى زرقة السماء خلال قطيب باتجاه يصنع زاوية قائمة مع الشمس اي باتجاه الخط QP شكل (2—22) فان الشدة ستتغير بصورة ملحوظة عند تدوير المحلل ولذا فان هذا الضوء القادم يكون على الاقل قد استقطب جزئياً بسبب الاستطارة.



شكل 2 – 22 تشتت الضوء بوساطة جو الارض . الاستقطاب بالتشتت من جسيمة واحدة .

في الشكل (2 - 22b) افترضنا ان P تمثل جسيمة صغيرة مشحونة كأن تكون الكترونا في ذرة او جزيئة وان موجات كهرومغناطيسة غير مستقطبة قد سقطت على P من اليسار فسببت اجبارها على التذبذب بتردد مساو لتردد الامواج الساقطة نفسها هذه التذبذبات ستعطي امواجاً كروية مستطيرة سعتها واستقطابها يتغيران بتغير الاتجاه كما هو واضح من الشكل.

ان الضوء عند زوايا اخرى غير 0 يجب ان يكون قد استقطب جزئياً وان درجة الاستقطاب تقترب من الصفر عند اقتراب 0 من الصفر او من 180 وكما نلاحظ عادة فان الضوء القادم من السماء يكون استقطابه عند 90 غير كامل والسبب يرجع الى عدة عوامل : 1) حجم الجزيئات (او الجسيمات) فكلما كان حجم الجسيمات صغيراً اصغر من الطول الموجي للضوء الساقط .كان الاستقطاب كاملاً. وكلما كبر حجم الجزيئة او الجسيمة مل الاستقطاب 2) في كثير من الجزيئات تكون ازاحة الالكترون ليست في نفس اتجاه المجال المسلط وهذا هو السبب الاساس في عدم حصول استقطاب كامل 3) ان الضوء الواصل يكون قد عاني استطارة لمرات عديدة.

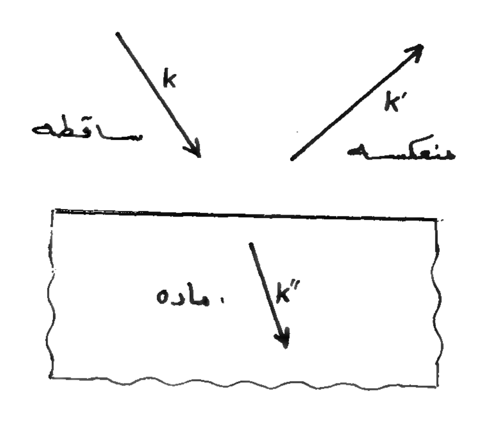
2 - 18 الانعكاس والانكسار عن فاصل مستو

Reflection and Refraction at a plane Boandary :

سنناقش الان الظاهرة الاساسية لانعكاس وانكسار الضوء من زاوية النظرية الكهرومغناطيسية لنتصور موجة مستوية توافقية قد سقطت على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين بصرياً شكل (2 - 23). فالاعتماد الزمني للموجات الساقطة والمنعكسة والمنكسرة يعطي بـ : $\exp i(\bar{k}\cdot\bar{r}-\omega t)$ للساقط و $\exp . i(\bar{k}'\cdot\bar{r}-\omega t)$ للمنعكسة و $\exp i(\bar{k}''\cdot\bar{r}-\omega t)$ للمنكسرة. ولاجل ان تكون هناك علاقة ثابتة ممكنة لجميع النقاط الواقعة على السطح الفاصل ولكل قيم t فان من الضروري :

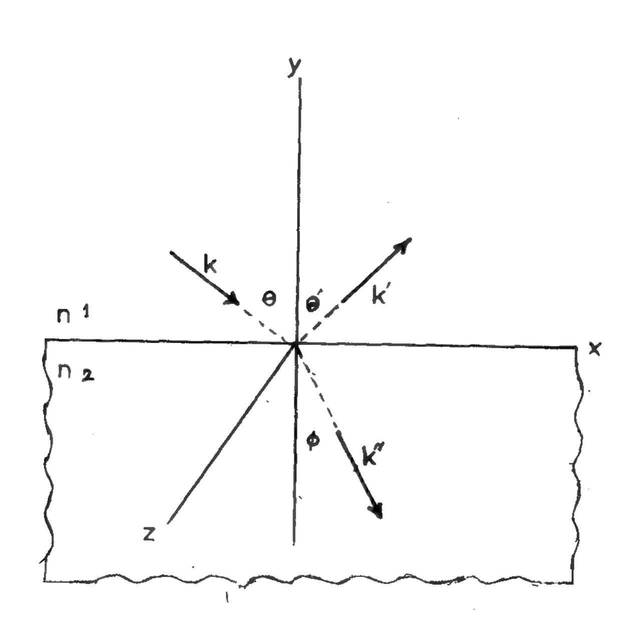
$$\bar{k}\cdot\bar{r} = k'\cdot\bar{r} = \bar{k}''\cdot\bar{r} \text{ (عند السطح الفاصل) } \quad \ldots (42)$$

هذه المعادلة تتطلب ان تكون متجهات الموجات الثلاث $\bar{k}$. $\bar{k}'$. $\bar{k}''$ في نفس المستوى ومساقطهم على المستوى الفاصل تكون كلها متساوية. والان سنختار النظام الاحداثي $oxyz$ بحيث تكون واحدة من مستويات احداثياته . مثلاً xz واقعة في مستوى الحد الفاصل . وكذلك المتجه k يمتد على مستوى xy شكل (2 - 24) الزوايا بين العمود على المستوى الفاصل (محور y) ومتجهات الموجة رمز لها بـ θ . θ' و ϕ والمعادلة (42) تصبح :



الشكل 2 – 23

متجهات موجة ضوئية ساقطة على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين بصرياً



الشكل (2 – 24)

الانعكاس والانكسار عند الحد الفاصل بين وسطين

$$k \sin \theta = k' \sin \theta' = k'' \sin \phi \qquad \ldots (43)$$

في الفضاء الذي يحوي الموجات الساقطة والمنعكسة $(y > 0)$ فان الموجتين يسيران في نفس الوسط وعليه فمتجهات الموجة لها نفس القيمة اي : $k = k'$ والمساواة الاولى تتخذ الشكل المعتاد لقانون الانعكاس.

$$\theta = \theta' \qquad \ldots (44)$$

وعند اخذ النسبة لثوابت الانتشار لموجتي المرور والسقوط نحصل على:

$$\frac{k''}{k} = \frac{\omega / v''}{\omega / v} = \frac{c / v''}{c / v} = \frac{n_2}{n_1} = n \qquad \ldots (45)$$

حيث n_2 , n_1 معاملات الانكسار لكلا الوسطين n معامل الانكسار النسبي

المساواة الاخيرة من معادلة (43) مكافئة لقانون سنيل للانكسار:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \phi} = n \qquad \ldots (46)$$

2 - 19 سعات الموجات المنعكسة والمنكسرة ومعادلات فرنيل

Amplitudes of Reflected and Refracted waves Fresnel's Equations

لنفرض ان E تمثل السعة للمتجه الكهربائي لموجة توافقية مستوية ساقطة على مستو يفصل بين وسطين ولنفرض ان E' E'' يمثلان سعات الموجات المنعكسة والمارة على التوالي ينتج من معادلة ماكسويل المطبقة للموجات التوافقية (معادلة ١١). ان السعات في المتجهات المغناطيسية تكون كما يلي:

التوافقية (معادلة ١١). ان السعات في المتجهات المغناطيسية تكون كما يلي :

$$H = \frac{1}{\mu\omega} k \times E \qquad \text{(للساقطة)} \ldots\ldots\ldots (47)$$

$$H' = \frac{1}{\mu\omega} k' \times E' \qquad \text{(للمنعكسة)} \ldots\ldots\ldots (48)$$

$$H'' = \frac{1}{\mu\omega} k'' \times E'' \qquad \text{(للمنكسرة)} \ldots\ldots\ldots (49)$$

يجب ان ننتبه بان المعادلات في اعلاه تطبق اما للمقادير الآتية للمجالات او للسعات مادام $\exp i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)$ عاماً لكلا المجالين الكهربائي والمغناطيسي المصاحب له من المهم – عند هذه النقطة– اعتبار حالتين :

1) الى الحالة الاولى التي يكون فيها المتجه الكهربائي للموجة الساقطة موازيا للمستوى الفاصل . أي عمودي على مستوى السقوط هذه الحالة تسمى الكهرباء المستعرض و استقطاب TE

2) الحالة الثانية هي التي يكون فيها المتجه المغناطيسي للموجة الساقطة موازيا للمستوى الفاصل وهذه تدعى بالمغناطيس المستعرض او استقطاب TM .

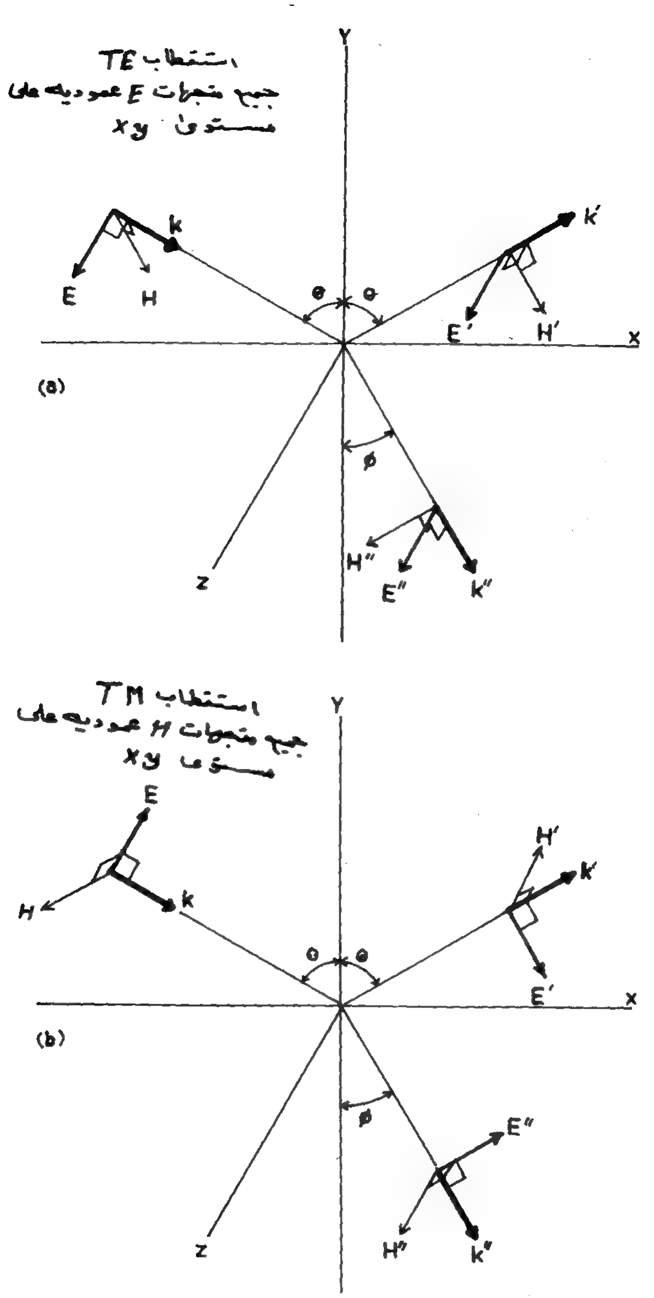
ان اتجاهات المتجهات الكهربائية والمغناطيسية المرافقة لها واضحة من شكل (2 25) لكلتا الحالتين. المستوي xz يمثل الحد الفاصل للوسطين وعليه فالمحور y يكون عموديا عليه. ومستوى xy يمثل مستوى السقوط.

هنا سنطبق الشروط الحدية التي تتطلب كون المركبتية المماسيتين للمجالين الكهربائي والمغناطيسي مستمرتين عند قطعهما للحد الفاصل بين الوسطين . وهذا يعني بانه لاستقطاب TM يكون: $E''=E+E'$. ولاستقطاب TE : $H''=H-H'$ والنتائج هي :

$$\left.\begin{aligned} &E+E'=E'' \\ &-H\cos\theta+H'\cos\theta=-H''\cos\phi \\ &-kE\cos\theta+k'E'\cos\theta=k''E''\cos\phi \end{aligned}\right\} \quad \text{(استقطاب TE)} \quad \ldots(50)$$

$$\left.\begin{aligned} &-H+H'=-H'' \\ &kE-k'E'=k''E'' \\ &E\cos\theta+E'\cos\theta=E''\cos\phi \end{aligned}\right\} \quad \text{(استقطاب TM)} \quad (51)$$

هنا استعملنا المعادلة (16) لتمثل المجالات المغناطيسية بدلالة المجالات الكهربائية المصاحبة لها . سنحذف E'' من مجموعتي المعادلات اعلاه ونستعمل $n=\frac{c}{v}=\frac{ck}{\omega}$ للحصول على العلاقات لنسبة السعات المنعكسة الى السعات الساقطة :



استقطاب TE . ان كل متجهات E عمودية على مستوى x − y

استقطاب TM. كل متجهات H عمودية مستوى x − y

شكل (2 − 25

) متجهات الموجة والمجالات المرافقة لها لاستقطاب TE او استقطاب TM

$$\frac{E'}{E} = \frac{\cos\theta - n\cos\phi}{\cos\theta + n\cos\phi}$$ (استقطاب TE) (52)

$$\frac{E'}{E} = \frac{-n\cos\theta + \cos\phi}{n\cos\theta + \cos\phi}$$ (أستقطاب TM) (53)

حيث $\frac{n_2}{n_1}$ =n= معامل الانكسار النسبي للوسطين

النسب للسعات المارة يمكن الحصول عليها وذلك بحذف E' في كلتا الحالتين ، ولو استعملنا قانون سنيل $n=\frac{\sin\theta}{\sin\phi}$ فالمعادلات لسعات الموجات المنعكسة والمنكسرة ستكون:

$$\left.\begin{aligned} \frac{E'}{E} &= -\frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(\theta + \phi)} \\ \frac{E''}{E} &= -\frac{2\cos\theta\sin\phi}{\sin(\theta + \phi)} \end{aligned}\right\}$$ (استقطاب TE) .... (54)

$$\left.\begin{aligned} \frac{E'}{E} &= -\frac{\tan(\theta - \phi)}{\tan(\theta + \phi)} \\ \frac{E''}{E} &= \frac{2\cos\theta\sin\phi}{(\sin(\theta + \phi)\cos(\theta - \phi)} \end{aligned}\right\}$$ (TM استقطاب .... (55)

المعادلات في اعلاه تعرف بمعادلات فرنيل

توجد طريقة ثالثة لتمثيل نسب السعة للضوء المنعكس وذلك بحذف المتغير ϕ في المعادلات (52) ، (53) وباستعمال قانون سنيل يكون الناتج:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$ (TE استقطاب .... (56)

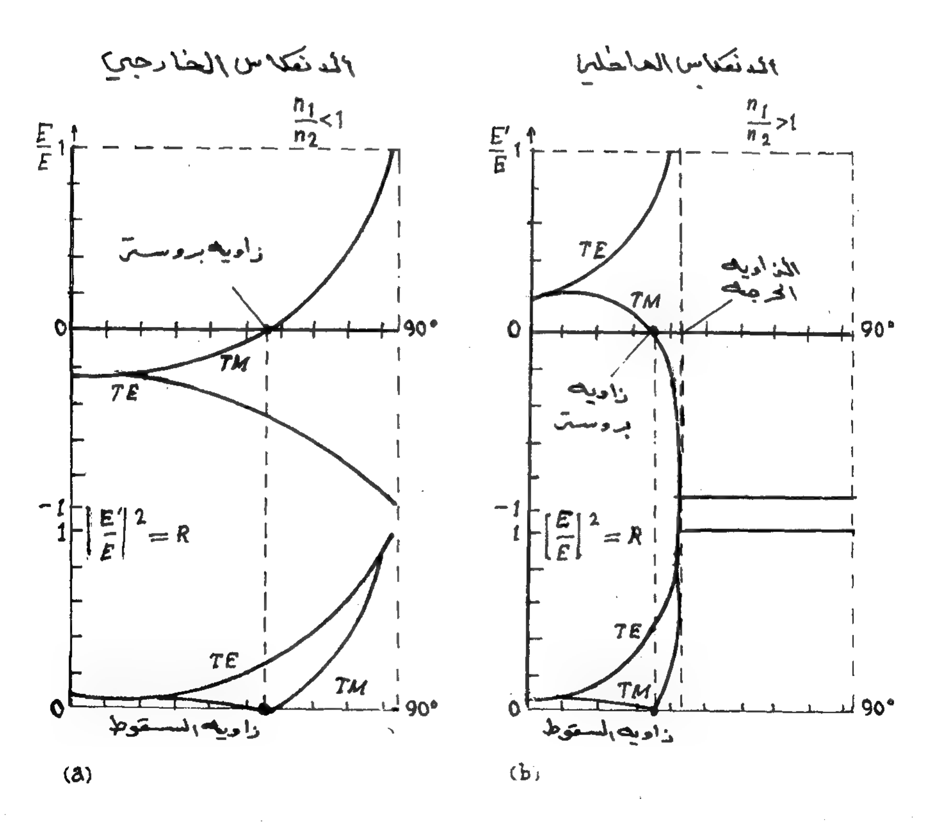
$$\frac{E'}{E} = \frac{-n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$ (TM استقطاب .... (57)

الانعكاسية R تعرف على انها نسبة شدة الضوء المنعكس الى شدة الضوء الساقط اي ذلك الجزء المنعكس من طاقة الضوء الساقط وما دامت الشدة تتناسب مع مربع السعة للمجال الكهربائي سنحصل على:

$$R = \left| \frac{E'}{E} \right|^2 \qquad \text{............ (58)}$$

ومن الممكن الحصول على الانعكاسية R كدالة لزاوية السقوط من مقدار $\frac{E'}{E}$ لاي من .

المعادلات السابقة . ان الشكل (2 – 26) يبين تغير $\frac{E'}{E}$ ، R مع زاوية السقوط كما حسبت من النظرية في اعلاه .



الشكل 2 – 26

منحنيات $\frac{E'}{E}$ و $\left|\frac{E'}{E}\right|^2$ كدالة لزاوية السقوط عند a) الانعكاس الخارجي و b) الانعكاس الداخلي

في حالة السقوط العمودي ($\theta = 0$) نجد ان النسبة $\frac{E'}{E}$ هي نفسها بالنسبة لنوعي الاستقطاب ومقدارها يساوي $\frac{1-n}{1+n}$ وعليه فالانعكاسية بالنسبة الى السقوط العمودي

$$R = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 \qquad \text{............ (59)}$$

تكون

لذا بالنسبة الى الزجاج الذي معامل انكساره 1.5 تكون انعكاسيته عند السقوط العمودي مساوية 4% وعند السقوط السطحي ($\theta \sim 90°$) تكون الانعكاسية بالنسبة الى حالتي الاستقطاب مساوية للوحدة ولاتعتمد على n . من اجل مناقشة الضوء المنعكس لمقادير θ الواقعة بين 0° ، 90° فيجب ان نفرض احتمالين ممكنين :

(1) الحالة التي فيها معامل الانكسار النسبي n اكبر من الوحدة وهذا مايدعى بالانعكاس الخارجي (external)

(2) الحالة التي فيها n اقل من الوحدة وهذا مايدعى بالانعكاس الداخلي (internal)

في الانعكاس الخارجي تقترب الموجة الساقطة من السطح الفاصل من جهة الوسط

ذي معامل الانكسار الاصغر بينما في الانعكاس الداخلي تكون الموجة الساقطة في الوسط الذي معامل انكساره هو الاكبر . في الانعكاس الخارجي $n > 1$ ونسب السعة كما اعطي في المعادلات من (52) الى (57) تكون حقيقية لجميع قيم θ . في حالة الانعكاس الداخلي $n < 1$ لذا ستكون هناك قيم لـ θ $\sin\theta > n$ أي $\theta > \sin^{-1} n$ الزاوية $\sin^{-1} n$ تسمى بالزاوية الحرجة . بالنسبة الى الزجاج الاعتيادي $\theta_c = 14°$ ، اما بالنسبة الى قيم θ عندما تكون اكبر من الزاوية الحرجة فان نسبة السعة $\frac{E'}{E}$ تكون معقدة وهذا يمكن ملاحظته من المعادلتين (56) و (57)

عند هذا المدى من قيم θ نستطيع ان نعبر عن نسب السعة بالشكل التالي :

$$\frac{E'}{E} = \frac{\cos\theta - i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \qquad (\text{استقطاب } TE) \qquad (60)$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{-n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}} \qquad (\text{استقطاب } TM) \qquad (61)$$

وعند الضرب بالمرافق العقدي نستطيع ان نثبت ان مربع القيم المطلة لاي من النسب في اعلاه مساوية للوحدة . وهذا يعني ان $R = 1$ اي حصول انعكاس كلي عندما تكون الزاوية الداخلية للسقوط اكبر من الزاوية الحرجة .

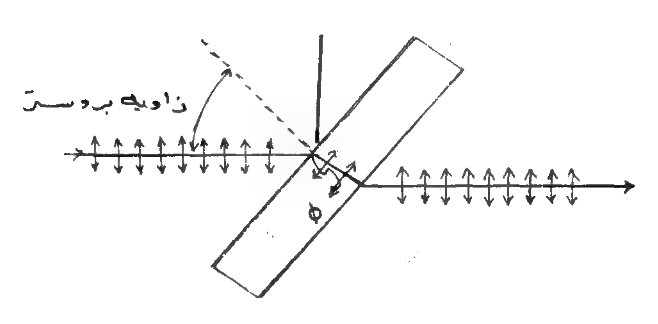
2 - 20 زاوية بروستر على ضوء معادلات فرنيل

من المعادلة (57) التي تعطي نسبة السعة للانعكاس في حالة TM نرى ان الانعكاس يساوي صفراً لزاوية السقوط التي فيها $\theta = \tan^{-1} n$ معادلة (40) والتي عرفت بزاوية بزاوية الاستقطاب θ_p وزاوية بروستر.

لنفرض ان حزمة ضوئية مستقطبة خطياً حالة TM قد سقطت على لوح زجاجي عند زاوية بروستر شكل (2 – 27) حينئذ سوف لن نحصل على ضوء منعكس عن الوجه

لا يوجد انعكاس إذا كان الضوء

مستقطباً كهذه الصوره



شكل (2 – 27) شباك بروستر

الاول كما لن نحصل على اي انعكاس عن الوجه الثاني والنتيجة ان الضوء سيمر كلياً يدعى مثل هذا اللوح الزجاجي (او الشباك) بـ شباك بروستر.

2 – 21 النفوذ الى وسط قليل الكثافة في الانعكاس الكلي

Penetration into the Rare medium in total Reflection

بالرغم من ان الطاقة الساقطة عند $\sin \theta > n$ تنعكس كلها الا انه لاتزال هناك موجة

تنتشر في الوسط الثاني. وهذا يمكن ايضاحه بما يلي : لو اعتبرنا ان دالة الموجة الكلية بالنسبة الى المتجه الكهربائي للموجة المارة

$$E'' \exp i(\vec{k}''.\vec{r} - \omega t) = E'' \exp.i(k'' x \sin\phi + k'' y \cos\phi - \omega t) \quad ....(62)$$

ليس هناك اعتماد على z بسبب الاختيار الملائم للاحداثيات شكل (25) ومن قانـون سنيل $\sin\phi = \frac{\sin\theta}{n}$ نجد ان :

$$\cos\phi = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2}} = i\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{n^2} - 1} \quad .... (63)$$

لذا فان التعبير للموجة المارة يمكن كتابته بما يلي :

$$E'' \exp\left(-k'' y\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{n^2} - 1}\right) \exp i(k'' x \sin\theta/n - \omega t) =$$

$$= E'' e^{-\alpha y} e^{i(k_1 - \omega t)} \quad .... (64)$$

حيث :

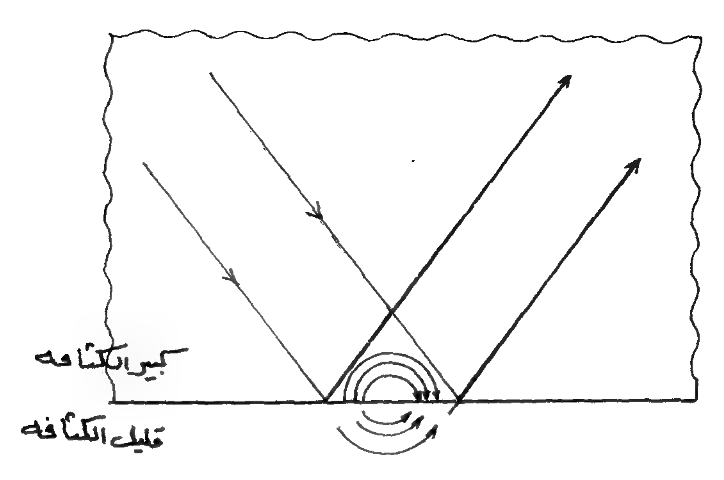
$$k_1 = k'' \sin\theta/n, \quad \alpha = k''\sqrt{\sin^2\theta/n^2 - 1}$$

نرى بان الدالة الاسية الاولى حقيقية ، انها تمثل النقصان السريع لسعة الموجة كلما توغلت اكثر في الوسط القليل الكثافة . يظهر للوهلة الاولى وكأن مبدأ حفظ الطاقة قد انتهك بسبب ظهور الموجة في الوسط القليل الكثافة . ولكن عند دراسة اتجاه الطاقة المارة بوساطة مخطط لمتجه بوينتنك يظهر بان الطاقة تدور ثم تعود ثانية الى الوسط الأكثر كثافة – كما في شكل (2 – 28)

2 – 22 تغير الطور عند الانعكاس الداخلي

Phase Changes in Internal reflection :

عند الانعكاس الكلي الداخلي تعطي نسب السعة العقدية بالمعادلات التالية (60) و (61) ويتضمن هذا حصول تغير في الطور الذي يكون دالة لزاوية السقوط.



شكل 2 - 28 الشكل يبين الاتجاه لمتجه بوينسك في حالة الانعكاس الداخلي الكلي.

والآن سنحسب مقدار هذا التغير: ان المقدار المطلق $\frac{E'}{E}$ يساوي الوحدة لذا يمكن كتابته بما يلي:

$$\frac{E'}{E} = e^{-i\delta} = \frac{ae^{-i\alpha}}{ae^{+i\alpha}} \qquad \text{............ (65)}$$

حيث δ تمثل تغير الطور اما الاعداد العقدية $ae^{-i\alpha}$, $ae^{+i\alpha}$ فانها مساوية لبسط ولمقام الاجزاء العقدية في المعادلات (61),(60)

من المعادلة (65) نجد ان $\delta = 2\alpha$ وبالمقابل فان $\tan\alpha = \tan\frac{\delta}{2}$ لذا فان المعادلات لتغير الطور عند الانعكاس الداخلي تكون:

$$TE : \tan(\delta_{TE/2}) = \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta} \qquad \text{............ (66)}$$

$$TM : \tan(\delta_{TM}/2) = \sqrt{\frac{\sin^2\theta - n^2}{n^2\cos\theta}} \qquad \text{...... (67)}$$

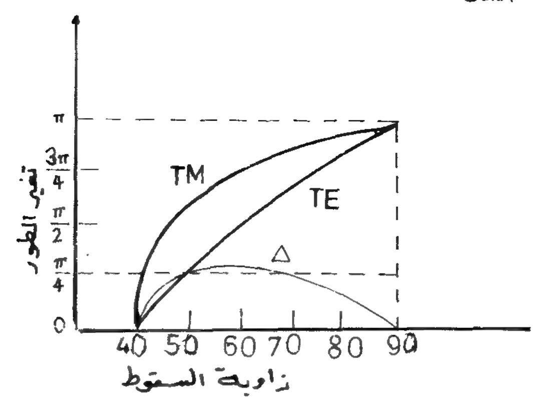
وحيث فرق الطور النسبي Δ يساوي

$$\Delta = \delta_{TM} - \delta_{TE} \qquad \text{......... (68)}$$

فالناتج يعبر عنه بالشكل التالي:

$$\tan(\Delta/2) = \frac{\cos\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\sin^2\theta} \qquad \text{............ (69)}$$

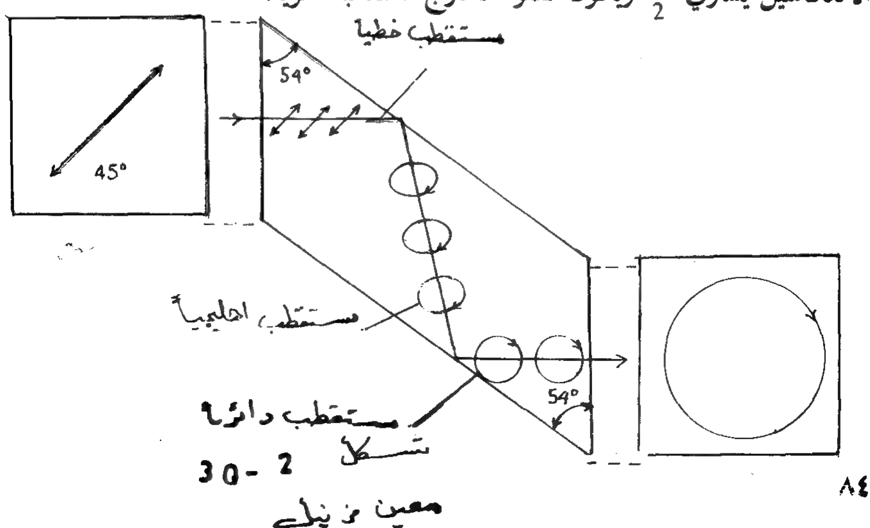
والشكل (2 - 29) يبين العلاقة بين δ_{TE} ، δ_{TM}



شكل (2 - 29)

تغير الطور الذي يحدث عند الانعكاس الداخلي الكلي

ان تغير الطور الناتج من الانعكاس الداخلي يمكن الاستفادة منه للحصول على استقطاب دائري للضوء، كما يبينه الشكل (2 - 30) المصمم من قبل فرنيل حيث الجزء الاساس فيه هو معين زجاجي زاوية رأسه 54° فلو ان ضوءاً مستقطباً استوائياً اتجاه استقطابه يصنع زاوية 45 بالنسبة الى حافة وجه المعين قد سقط عمودياً على احد اوجه المعين فان هذا الضوء سيعاني من انعكاسين كليين داخليين في كل انعكاس داخلي سينتج تغير في الطور مقدارها A_0 بين استقطابي TE ، TM وكما في شكل (2 - 29) فان △ تساوي $\frac{\pi}{4}$ حينما تكون زاوية السقوط 54 وعليه فان فرق الطور الكلي لكلا الانعكاسين يساوي $\frac{\pi}{2}$ ويكون الضوء الخارج مستقطباً دائرياً.



اسئلة الفصل الثاني

س١ موجة ضوئية تشيرفي زجاج معامل انكساره 115 فاذا كانت سعة المجال الكهربائي لهذه الموجة تساوي $100 \frac{volt}{m}$ فما هي سعة المجال المغناطيسي ؟

س2 اوجد مقدار متجه بوينتك في السؤال الاول .

(الجواب : $39.8 W/m^2$)

س3 اكتب معادلة المجال الكهربائي للموجات التالية :

(1) موجة مستقطبة خطياً وتسير باتجاه x المتجه الكهربائي يصنع زاوية $30°$ مع محور y [الجواب : $E_0(3j + k) \exp i(kx - \omega t)$]

(2) موجة استقطابها اهليجي يميني تشير باتجاه y . محور الاهليج الاكبر يساوي ضعف المحور الاصغر ويكون باتجاه [الجواب : $E_0(i - 2ik) \exp i(ky - \omega t)$]

(3) موجة مستقطبة خطياً تشير في مستوى xy باتجاه يصنع 45 مع محور x . اتجاه استقطابها على امتداد محور [الجواب: $E_0 k \exp i[k(x+y)/2 - \omega t]$]

س4 اكتب متجهات جونس للسؤال الثالث

س5 مانوع استقطاب الموجات التي متجهات جونس لها مايلي :

$$a. \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} , b. \begin{bmatrix} 1 \\ 2i \end{bmatrix} , 5. \begin{bmatrix} 1 \\ 1+i \end{bmatrix}$$

[الجواب : a)مستقطبة خطياً بزاوية 63.4 مع محور x]

b) استقطابها اهليجي يساري حيث محور الاهليج الكبير على امتداد محور y .

c) استقطابها اهليجي يساري حيث محور الاهليج الكبيريميل بزاوية $37°$ مع محور x .]

س6 احسب الانعكاسية للماء (n = 1.33) لكلا الاستقطابين TE و TM عند زوايا السقوط التالية : 0 . 10 . 45 . 90

س7 احسب الزاوية الحرجة وزاوية بروستر للماء (n = 1.33) ، ولزجاج الفلنت (n = 1.75) [الجواب: للماء = $\theta_c = 48.6°$ ، $\theta_p = 53$ ، للفلنت = $\theta_p = 60.25$ ، $\theta_c = 34.8$]

س8 حزمة من ضوء مستقطب دائرياً سقطت على سطح زجاج n = 1.5 بزاوية مقدارها $45°$ بين حالة الاستقطاب للضوء المنعكس .

س٩ حزمة ضوئية سقطت بزاوية θ على سطح عازل بين ان مجموع الطاقة للحزمة المنعكسة والمنكسرة مساو لطاقة الحزمة الساقطة .

س10 إذا كانت الزاوية الحرجة للانعكاس الكلي الداخلي لقطعة زجاجية تساوي $45°$. اوجد زاوية بروستر : a) للانعكاس الخارجي b) للانعكاس الداخلي .

الفصل الثالث

التشاكه والتداخل

3 - 1 مبدا التراكـب الخطي :

(The Principle of Linear Superposition)

ان نظرية التداخل البصري يعتمد اساساً على مبدأ التراكب الخطي للمجالات الكهرومغناطيسية وتبعا لذلك فان المجال الكهربائي E المتولد في نقطة في الفراغ بسبب مصادر متعددة ومختلفة يساوي المجموع المتجهي التالي :

$$\vec{E} = \vec{E}_{(1)} + \vec{E}_{(2)} + \vec{E}_{(3)} + \ldots \qquad \ldots\ldots(1)$$

حيث $\vec{E}_{(1)} , \vec{E}_{(2)} , \vec{E}_{(3)} , \ldots\ldots$ ...الخ عبارة عن المجالات المتولدة من عـدة مصادر مختلفة في النقطة المذكورة ونفس هذه الظاهرة تحدث بالنسبة الى المجالات المغناطيسية

اما اذا كانت النقطة تقع في وسط مادي فان مبدأ التراكب الخطي تعطي نفس النتيجة ولكن بصـورة تقريبية،ومن الجديـر ذكره ان مبدأ التراكب الخطـي لايمكن تطبيقـه عل المصادر القوية الشدة والناتجة عن اشعة الليزر مثلاً ،وسوف نتكلم عنه في الفصل الخامس وتحت عنوان الظواهر البصرية غير الخطية.

والآن دعنا نتصور موجتين خطيتين توافقيتين مستقطبتين لهما نفس التردد الزاوي ω ولذلك فان المجالين الكهربائيين لهاتين الموجتين يمكن كتابتهما عل النحو الآتي

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_{(1)} &= \vec{E}_1 \, e^{i(\vec{K}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1)} \\ \vec{E}_{(2)} &= \vec{E}_2 \, e^{i(\vec{K}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2)} \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots(2)$$

ان الكميتين ϕ_2 , ϕ_1 في المعادلتين ادخلتا لتسمحا باي اختلاف في الطور بين موجتي المصدرين . فاذا كان فرق الطور : $(\phi_1 - \phi_2)$ ثابتاً . فان المصدرين يقال عنهما بانهما متبادلا التشاكه (Mutually Coherent) والموجتين الناتجتين هما ايضا

متبادلا التشاكه في هذه الحالة . وسوف نبحث الآن التشاكه التبادلي للامواج الوحيدة الطول الموجي . اما التشاكة الجزئي والامواج المتعددة الأطوال الموجية فسوف نبحثها مستقبلاً . لقد سبق أن ذكرنا في الفصل الثاني ان شدة الشعاع في نقطة ما ، يتناسب مع مربع سرعة المجال الضوئي في النقطة المعينة . ولهذا ، فان تراكب الموجتين المذكورتين في اعلاه ، في حالة تركنا جانباً معامل ثابت التناسب ، تعطينا توزيع الشدة التالية :

$$I = |\vec{E}|^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}^* = (\vec{E}_{(1)} + \vec{E}_{(2)}) \cdot (\vec{E}^*_{(1)} + \vec{E}^*_{(2)})$$

$$= |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2| + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos\theta \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\therefore I = I_1 + I_2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos\theta$$

$$\theta = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \phi_1 - \phi_2 \quad \ldots\ldots (4)$$

حيث :

ويدعى الحد $2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos\theta$ بحد التداخل (Interference term) وهذا الحد يدل على ان الشدة يمكن ان تكون اكبر او اقل من مجموع $I_2 + I_1$ وذلك اعتماداً على مقدار θ . وبما ان θ تعتمد على $\vec{r}$ ، فإننا نتوقع حصولنا على

تغيرات فضائية توافقية في الشدة . وهذه التغيرات هي عبارة عن اهداب التداخل التي تظهر نتيجة اتحاد حزمتين ضوئتين متبادلا التشاكه .

اما اذا كان مصدرا الموجتين غير متبادلي التشاكه (Mutually incoherent) ، فان المقدار ($\phi_1 - \phi_2$) يتغاير مع الزمن بصورة عشوائية. حيث يكون معدل $\cos\theta$ في هذه الحالة يساوي صفرا ، ولانحصل على نموذج تداخل.

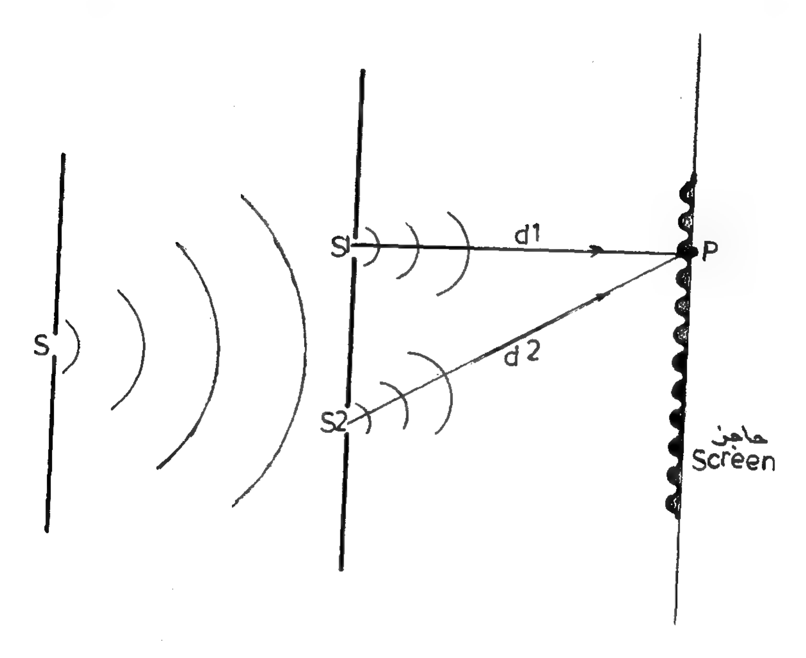
وهذا هو السبب في عدم حصولنا على اهداب تداخل عند استخدامنا مصدرين ضوئيين ، عاديين ، منفصلين. وفي حالة كون الموجتين مستقطبتين ، فان حد التداخل يعتمد أيضاً على الاستقطاب . فمثلاً ، اذا كانت الاستقطابات متبادلة التعامد ، Mutually Orthogonal ، فان :

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$$

وسوف لانحصل على اهداب تداخل في هذه الحالة أيضاً. ويصح هذا الكلام ليس للموجات المستقطبة خطياً فقط وانما للموجات المستقطبة دائريا ويضوياً.

تجربة يونك : (Young's Experiment)

ان التجارب الكلاسيكية التي توضح التداخل الضوئي كانت قد اجريت لاول مرة من قبل العالم توماس يونك Thomas Young وذلك في سنة 1802 . في التجربة الاصلية كان المصدر الضوئي المستخدم عبارة عن ضوء الشمس، وبالحقيقة فان اي مصدر مضيء يمكن استخدامه كالمصباح الاعتيادي الذي في داخله فتيلة من التنكستن، مثلاً. حيث يمر الضوء خلال فتحة صغيرة "S" ليضيء شقين ضيقين S_1 , S_2 كما في الشكل (1 - 3) .



شكل(3-1) تجربة يونك

واذا وضعنا حاجزا ابيض امام الشقين من الجهة الاخرى، نلاحظ تكون نموذج من حزم التداخل بعضها مظلماً وبعضها الآخر مضئياً وموزعة بصورة متناوبة.ان الشقين S_1 , S_2 يؤلفان مصدرين متشاكهين وضروورين للحصول عل اهداب التداخل.

ان المبدأ الاساسي لتحليل تجربة يونك هو ايجاد فرق الطور للموجتين الساقطتين عل النقطة "P" عبر المسافتين d_1 , d_2 كما في الشكل والآن نحاول حساب مقدار حد التداخل بموجب ماشرحنا آنفا في هذا الفصل اذا افترضنا ان المسافة بين الشقين والحاجز كبيرة

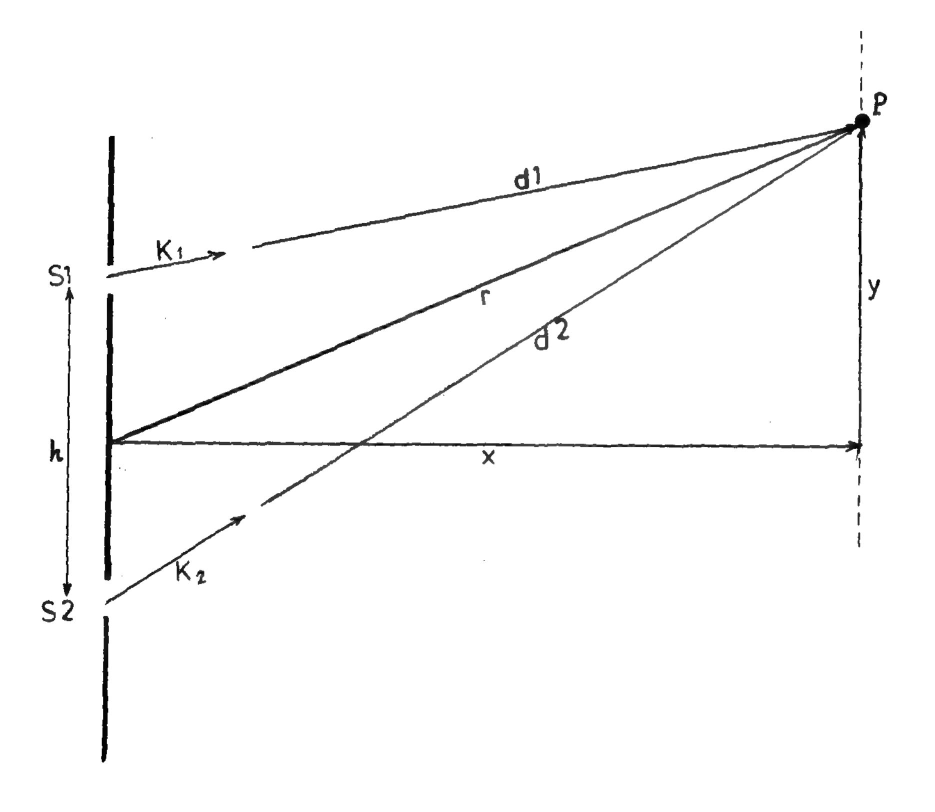
فاننا نتمكن من تمثيل المجالين المتولدين من S_1 , S_2 بصورة تقريبية بالموجتين التوافقيتين المستويتين التاليتين :

$$\vec{E}_1 \, e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1)}$$

$$\vec{E}_2 \, e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2)}$$

حيث $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$ عبارة عن متجهتي انتقال الموجتين الصادرتين من S_1 , S_2 على التوالي هو عبارة عن متجه موقعي لنقطة في منطقة تقع قرب الحاجز وكما هو موضح هندسياً في الشكل (3 - 2) • من الشكل نلاحظ ان الفرق بين متجهتي الانتقال :

$$\vec{k}_1 - \vec{k}_2 = -\vec{j} \; \frac{kh}{x} \qquad \text{.......... (5)}$$



الشكل (3 2)

الشكل الهندسي لتحليل التداخل في حالة تجربة لشقين

على شرط ان x هي كبيرة مقارنة بكل من h . y في الشكل . ولذلك فـــان :

$$(\vec{k}_1 - \vec{k}_2).\vec{r} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2).(\vec{i}x + \vec{j}y) = \frac{-kyh}{x} \qquad \ldots (6)$$

والتوزيع لشدة الاستضاءة . من معادلة (3) . (4) هو :

$$I = |\vec{E}|^2 = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 . \vec{E}_2 \cos\left(\frac{kyh}{x} - \phi\right) \qquad \ldots (7)$$

والآن اذا افترضنا ان الشقين متماثلان وفرق الطور $\phi = \phi_1 - \phi_2$ يساوي صفراً. فان العلاقة السابقة تصبح :

$$I = 2I_0\left[1 + \cos\frac{kyh}{x}\right] \qquad \ldots (8)$$

حيث :

$$I_0 = |\vec{E}_1|^2 = |\vec{E}_2|^2$$

ولذلك فان الشدة ستتراوح بين الصفر و $4I_0$ اعتمادا على مقدار الجيب تمام. وتظهر الاهداب المضيئة عندما :

$$\frac{kyh}{x} = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots\ldots$$

أيْ عندما

$$y = 0, \frac{\lambda x}{h}, \frac{2\lambda x}{h}, \ldots \qquad \ldots (9)$$

ان هذه النتيجة المعروفة يمكن الحصول عليها بالطرق البدائية والتي سبق وان درسها الطالب في المراحل الدراسية السابقة .

ان المسافة بين هدبين متتاليين . بصورة تقريبية . هي $\frac{\lambda}{h}$. واذا غلفا المصدران S_1 . S_2 باجهزة بصرية كالمستقطبات وبمبطئات الطور ... الخ . فان توزيع الشدة يمكن حسابها من المعادلة العامة رقم (7) . فمثلا . اذا جعلنا فرق الطور النسبي يساوي ϕ

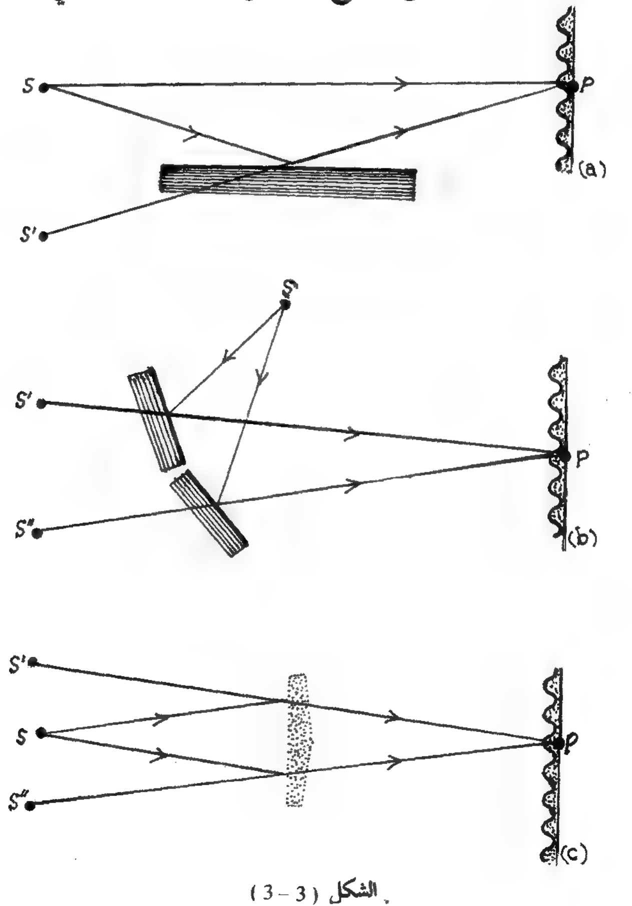
وذلك بان نضع قطعة رقيقة من الزجاج على أحد الشقين مثلاً ، فانه سوف يحصل انحراف في موقع نموذج التداخل تباعاً . واذا وضعنا المستقطبات على الشقين باتجاه معين بحيث ان الموجتين الصادرتين من المصدرين تكونان مستقطبتين عمودياً ، فان :

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$$

وسوف نلاحظ اختفاء اهداب التداخل .

طرق اخرى لتوضيح ظاهرة التداخل :

توجد طرق اخرى للحصول على نماذج التداخل بين موجتين كما في الشكل (3 - 3)



الشكل (3 - 3)

تجارب . لتوليد اهداب التداخل باستخدام مصدر ضوئي واحد (a) تجربة مرآة لويد (b) تجربة المرآتين لفرنل (c) تجربة الموشور لفرنل

ان جميع هذه الطرق او التجارب تعتمد على مبدأ الاستفادة من ظاهرتي الانعكاس والانكسار للحصول على موجتين متشاكهتين متبادلتين . ففي تجربة المرآة الواحدة للويد (Lloyd's Single Mirror) . كما في a في الشكل . نلاحظ وجود المصدر الضوئي s قرب مستوي المرآة . ان الشعاع الصادر والمنعكس عن المرآة يظهر وكأنه صادر من المصدر s′ . وكأنه لدينا مصدرين وكما في تجربة يونك .

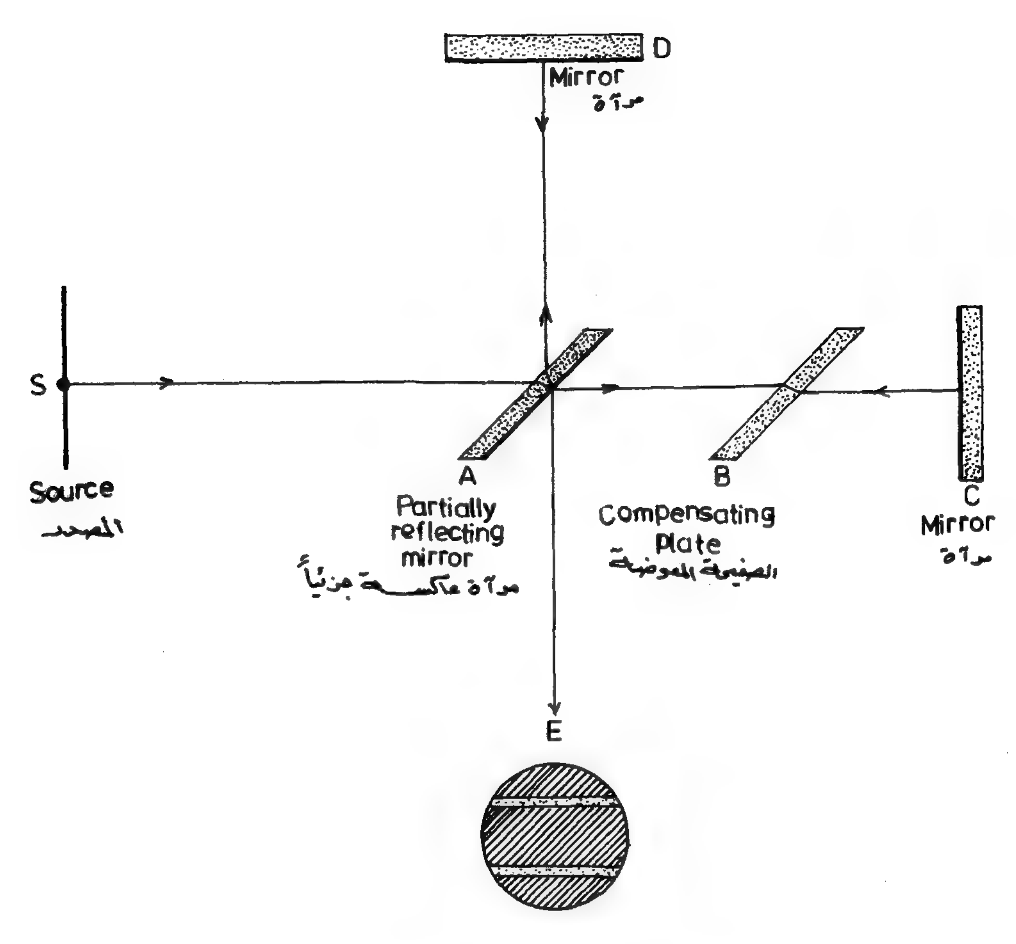
لحساب الشدة في نقطة P . فانه يجب ان تؤخذ بنظر الاعتبار التغير في مقدار الطور الناتج عن الانعكاس .

اما في تجربة مرآتي فرنل Fresnel double-mirror كما في(b)في الشكل . فانها تستفيد من المرآتين للحصول عل مصدرين خياليين S′ . S″ متبادلي التشاكه.
واخيراً الموشور الزجاجي الذي يستخدم للحصول عل مصدرين متبادلي التشاكه في تجربة الموشور الثنائي لفرنل Fresnel biprism كما في C في الشكل ان زاوية رأس الموشور في هذه الحالة يجب ان تكون قريبة من 180 وذلك لاجل الحصول عل مصدرين خياليين متقاربين

3 – 3 تجربة مايكلسون في التداخل

(The Michelson Interferometer)

لعل من اهم واحسن اجهزة التداخل هو الجهاز الذي طور من قبل العالم مايكلسون في سنة 1880 والموضح في الشكل(3 – 4)حيث يسقط الضوء الصادر من المصدر S″ على صفيحة زجاجية A مطلية جزئياً بالفضة وينقسم الى حزمتين.ان هاتين الحزمتين ترجعان الى A بوساطة المرآتين C . D كما في الشكل وتوضع اعتياديا صفيحة مكافئة B في طريق احدى الحزمتين وذلك لجعل المسارين البصريين يمران عبر نفس السمك من الوسط الزجاجي والصفيحة الزجاجيه B تكون ضرورية لمشاهدة الاهداب عند استخدام الضوء الابيض.



الشكل(3 - 4) جهاز التداخل لمايكلسون

ان نموذج التداخل يلاحظ في النقطة E في الشكل.هنا نلاحظ وكان الضوء قادم من مصدرين خياليين H_1 , H_2 كما في الشكل(3 - 5)والمصدران الخياليان النقطيان S' , S''والواقعان ضمن المستويين H_1 , H_2على التوالي يمثلان مصدرين متبادلي التشاكه.

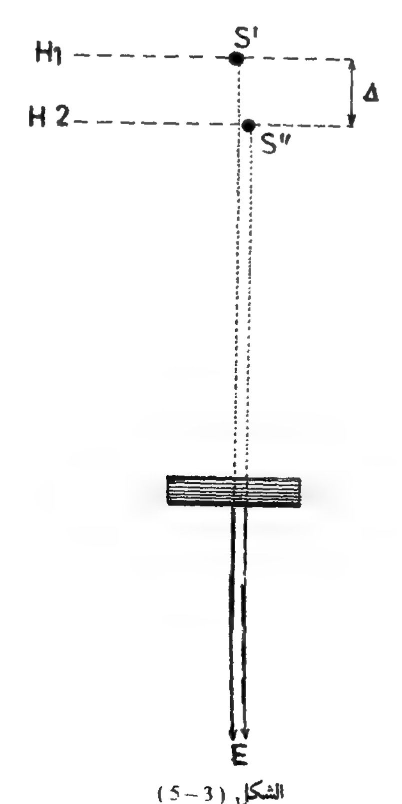
والآن اذا اعتبرنا ان Δ هو فرق المسار البصري بين الشعاعين الواصلين الى نقطة E ، اي المسافة مابين S_1' , S_2'' ، فان من المعادلة (3) و(4) ، نلاحظ ان الشدة تتناسب مع :

$$1 + \cos\theta = 1 + \cos k\,\Delta = 1 + \cos\frac{2\pi\Delta}{\lambda} \qquad \text{.........} (10)$$

اما اذا كانت المرايا مائلات قليلاً بحيث ان مستويي المصدرين الخياليين H_1 , H_2 ليسا متوازيين تماماً ، فان الاهداب المتناوبة المضيئة والمعتمة تظهر للرؤيا في النقطة E وهذه الاهداب ، تدعى بالاهداب الموضعية (Localized fringes) والتي تظهر وكأنها قادمة من المنطقتين H_1 , H_2 . اما اذا كان H_1 , H_2 متوازيين ، فان الاهداب تظهر دائرية وتظهر وكأنها قادمة من الما لانهاية .

ويمكن ملاحظة الاهداب الموقعية الملونة باستخدام الضوء الابيض وذلك في حالة تقاطع H_1 , H_2 في نقطة ماتقع ضمن مجال الرؤيا . في هذه الحالة يكون الهدب المركزي معتماً وذلك لأن احدى الشعاعين ينعكس داخلياً في الصفيحة A ، بينما الشعاع الآخر ينعكس خارجياً في A ، وتبعاً لذلك ، يصل الشعاعان نقطة E بفرق طوريساوي 180° لان $\Delta = 0$.

ان احدى استخدامات جهاز التداخل لمايكلسون العديدة هو قياس معامل الانكسار

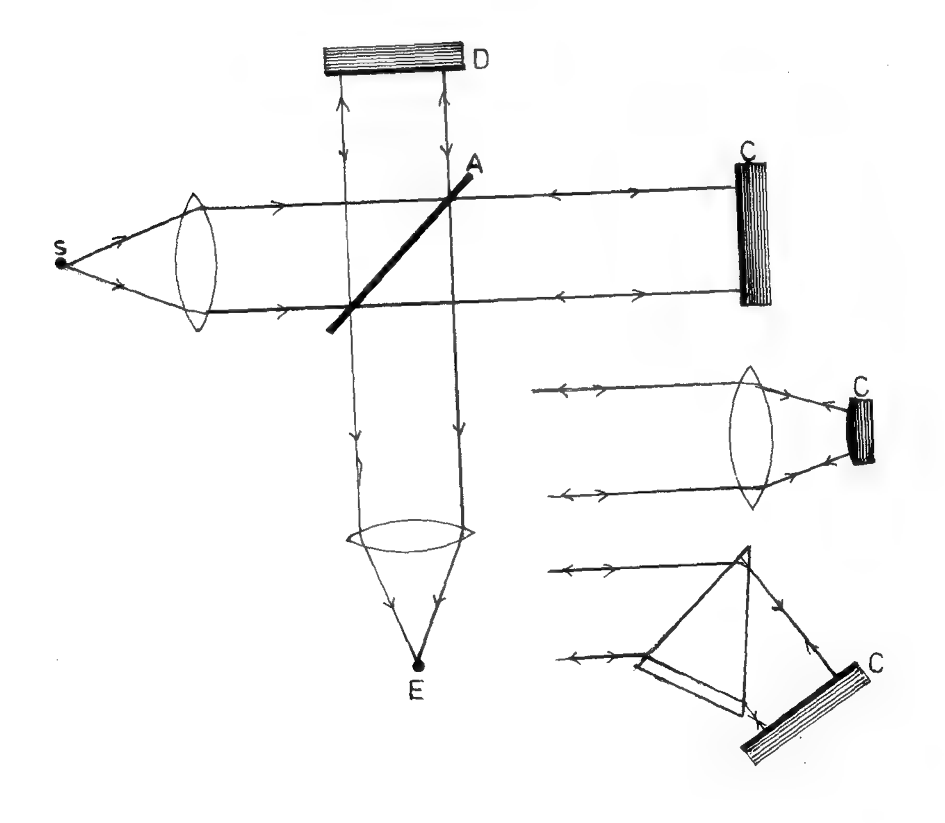


الشكل (3 – 5)

المستويان الخياليان للمصدر في تجربة التداخل لمايكلسون

للغازات . حيث توضع خلية بصرية (Optical cell) في احد المسارات البصرية لجهاز التداخل . وبعد ذلك يسمح للغاز المراد قياس معامل انكساره بالجريان خلال الخلية . وتأثير هذه الطريقة هي كما لوكنا قد غيرنا طول المسار البصري ، حيث نلاحظ تحرك اهداب التداخل خلال مجال الرؤيا . وعدد الاهداب التي تقاطع مجال الرؤيا يعطينا التغير الفعال في المسار البصري والذي منه نتمكن من حساب معامل الانكسار للغاز المذكور.

يوجد جهاز تداخل متطور لجهاز مايكلسون ويدعى بجهاز تداخل تويمان – كرين (Twyman- Green)، كما في الشكل(3 – 6). وجهاز التداخل هذا يستخدم لفحص



الشكل (3 – 6)

جهاز تويمان – كرين المطور لجهاز التداخل لمايكلسون

الاجزاء البصرية كالعدسات ، المرايا والمواشير ويستخدم في هذه الحالة ضوء مسدد (Collimated light) . وتوضع الاجزاء البصرية التي يراد فحصها في احد المسارات كما في الشكل . بهذه الطريقة يمكن معرفة كون العدسة ، مثلاً ، غير منتظمة من خلال تشوه نموذج التداخل .

واخيراً نود ان نذكر بانه يوجد الآن عدد كبير من انواع اجهزة التداخل والتي لايسمح المجال لشرحها ويمكن الاطلاع عليها في اغلب المصادر الحديثة في كتب البصريات الفيزيائية .

3 - 4 نظرية التشاكه الجزئي (Theory of Partial Coherence)

وضوح رؤية الاهداب (Visibility of Fringes)

في كلامنا السابق ، كنا قد افترضنا بان المجالات البصرية كانت متشاكهة كلياً ، احادية اللون (Monochromatic) ، وذات سعة ثابتة . ولكن من الناحية العملية هنالك تغير في مقدار السعة والطور مع الزمن وبشكل عشوائي في تجارب التداخل لموجتين ضوئيتين او اكثر . ولذلك نلاحظ ان شدة الضوء الآنية في نقطة ما سوف تتغير بسرعة . ولهذا فانه من الافضل ، والمفيد هنا ان نتعامل مع المعدل الزمني (Time average) للمجال . ففي حالة وجود مجالين E_2 ، E_1 ، يمكن كتابة الشدة I كالآتي :

$$I = <\vec{E}.\vec{E}^*> = <(\vec{E}_1 + \vec{E}_2).(\vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*)> \quad ...(11)$$

$$= <|\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\,\mathrm{Re}(\vec{E}_1 . \vec{E}_2^*)>$$

(ملاحظة : Re مختصر للجزء الحقيقي Real part ، والقوس < > يمثل المعدل الزمني للكمية داخل القوس أي ان :

$$<f> = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t)\,dt \quad ...(12)$$

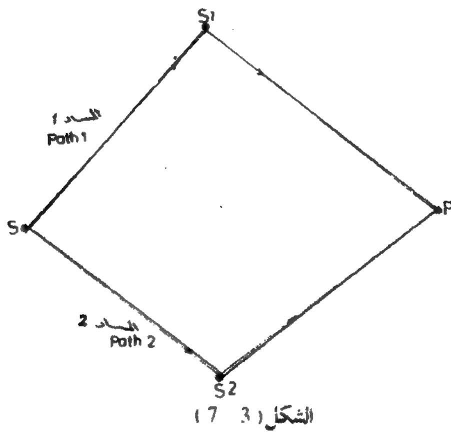
في المناقشة في ادناه سوف نفترض بان جميع القيم ثابتة . وثابتة تعني بان معدل الوقت لايعتمد على نقطة اصل الوقت (Origin of time) . وبنفس الوقت سوف نعتبر المجالات البصرية مستقطبة بكيفية واحدة وبذلك يمكننا اهمال الطبيعة الاتجاهية للمجالات . وباستخدام هذه الفرضيات التبسيطية ، يمكن كتابة المعادلة (11) كالآتي :

$$I = I_1 + I_2 + 2\,\mathrm{Re} <E_1 E_2^*> \quad ...(13)$$

حيث

$$I_1 = < | E_1 |^2 > . I_2 = < | E_2 |^2 > \quad ...(14)$$

ان المجالين $E_2 . E_1$ في تجارب التداخل الاعتيادية ينشآن من مصدر مشترك. واما اختلافهما فهو ناجم من الفرق بين مساريهما البصريين لنفترض بان " هو الوقت اللازم لاشارة ضوئية من قطع المسار "1" في الشكل (3 - 7) و (t + τ) هو الوقت اللازم لاشارة



الشكل (3 - 7)

مسارات الضوء المعممة في تجربة التداخل

ضوئية ثانية لقطع المسار " 2 " . ولذلك فان حد التداخل في المعادلة (3 - 13) يمكن كتابته كالآتي :

$$2 \, Re \, \Gamma_{12} (\tau)$$

حيث

$$\Gamma_{12} (\tau) = < E_1 (t) E_2^* (t + \tau) > \quad ...(15)$$

ان الدالة $\Gamma_{12} (\tau)$ تدعى بدالة التشاكه المتبادلة Mutual Coherence function اودالة الارتباط Correlation function للمجالين $E_2 . E_1$. نلاحظ من التعريف ان :

$$\Gamma_{11} (0) = I_1 . \Gamma_{22} (0) = I_2$$

انه من المناسب في بعض الاحيان استخدام دالة الارتباط القياسية والتي تعرف كالآتي :

$$\gamma_{12} (\tau) = \frac{\Gamma_{12} (\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11} (0) \; \Gamma_{22} (0)}} = \frac{\Gamma_{12} (\tau)}{\sqrt{I_1 \, I_2}} \quad ...(16)$$

وبذلك يمكن كتابة الشدة كما في العلاقة في ادناه :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\ \mathrm{Re}\,\gamma_{12}(\tau) \qquad \ldots (17)$$

ان الدالة $\gamma_{12}(\tau)$ هي ، بصورة عامة ، دالة دورية لـ τ . ولذلك يمكننا ان نحصل على نموذج تداخل فقط عندما :

$$|\gamma_{12}(\tau)| \neq 0$$

والذي يدعى بدرجة التشاكه (Degree of Coherence)

يوجد عدة انواع من التشاكه بدلالة الحد $|\gamma_{12}(\tau)|$ وهي :

التشاكه الكلي (Complete coherence) عندما $|\gamma_{12}| = 1$

التشاكه الجزئي (Partial coherence) عندما $0 < |\gamma_{12}| < 1$

عدم التشاكه كلياً (Complete incoherence) عندما $|\gamma_{12}| = 0$

ان الشدة في نموذج التداخل الهدبي تتغير بين حدين I_{max} , I_{min} ومن المعادلة (28) يمكن كتابة هذين الحدين على شكل :

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\ |\gamma_{12}|$$

$$\ldots (18)$$

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\ |\gamma_{12}|$$

ولكن الوضوح الهدبي " V " (Fringe visibility) يعرف بانه :

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \qquad \ldots (19)$$

أو أن :

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}\ |\gamma_{12}|}{I_1 + I_2} \qquad \ldots (20)$$

والآن اذا كان $I_1 = I_2$ فان :

$$V = |\gamma_{12}| \qquad \ldots (21)$$

اي ان الوضوح الهدبي يساوي درجة التشاكة تماماً . وفي حالة التشاكة الكلي : $|\gamma_{12}| = 1$ نلاحظ ان اهداب التداخل تكون في غاية الوضوح اي ان التباين هو اكبر مايمكن ويساوي الواحد (Maximum contrast of unity) . بينما عند عدم وجود تشاكة فان :

$$|\gamma_{12}| = 0$$

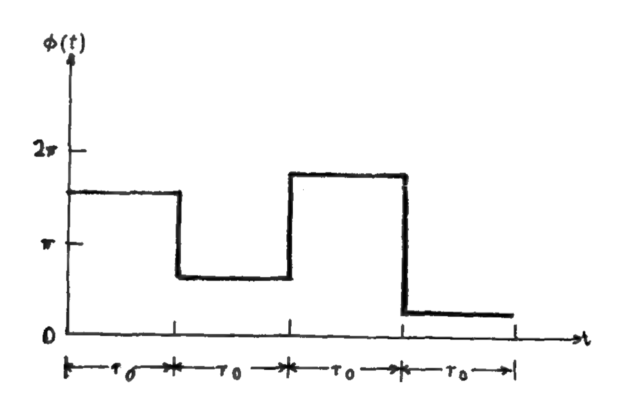
أي ان التباين يساوي صفراً ، وهذا يعني عدم ظهور اهداب التداخل على الاطلاق. ويكون مجال الرؤيا مضاءاً بكيفية وشدة واحدة .

3 - 5 وقت التشاكه وطول التشاكه :
(Coherence Time and Coherence Length)

لكي نلاحظ العلاقةبين درجة التشاكة مع خصائص المصدر ، دعنا نلاحظ حالة مصدر خيالي شبه احادي اللون وله الصفات التالية :

إن الذبذبات بين صفر و 2π والمجال الناتج‌عنها يتغير جيبياً لوقت محدد τ_0 ثم يتغير فجأة بالطور ، كما في الشكل(3 - 8) .سوف نسمي " τ_0 " بزمن التشاكه . اما تغير الطور الذي يحدث بعد كل زمن تشاكه فهوعشوائي وموزع بين O . 2π .
ومن الممكن كتابة هذا المجال مع الزمن بالشكل التالي :

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)} \qquad \ldots (22)$$



الشكل (3 - 8)

منحني يبين تغير الطور ϕ (t) لمصدر يبعث بموجات وحيدة الطول الموجي تقريباً .

حيث زاوية الطور ϕ (t) هي دالة درجية عشوائية (Random step function) ، وموضحة في الشكل (3 - 8) . يمكن اعتبار هذا النوع من المجال ، بصورة تقريبية ، لذرة مشعة . اما التغيرات الفجائية فناتجة عن التصادمات .

لنفترض وجود حزمة ضوئية ، مجالها كما في معادلة (22) . انقسمت الى حزمتين بحيث تحدثان تداخلا . ان درجة التشاكه يمكن تقييمه كما يأتي :

نفترض ان :

$$|E_1| = |E_2| = |E|$$

فيكون

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\langle E(t)\,E^*(t+\tau)\rangle}{\langle |E|^2 \rangle} \qquad \dots (23)$$

ومن معادلة (22) :

$$\gamma_{12}(\tau) = \langle e^{i\omega t}\, e^{i[\phi(t) - \phi(t+\tau)]} \rangle$$

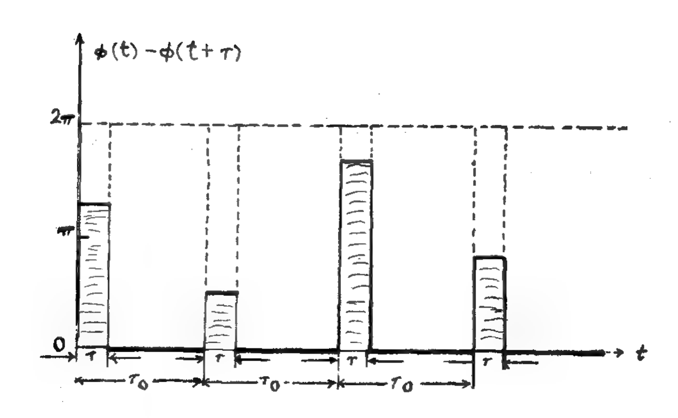
... (24)

$$= e^{i\omega t} \cdot \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i[\phi(t) - \phi(t+\tau)]} dt$$

والآن دعنا نتصورالكمية :

$$\phi(t) - \phi(t+\tau)$$

المرسومة في الشكل (3 - 9) .



الشكل (3 - 9)

منحني فرق الطور $\phi(t) - \phi(t+\tau)$

بالنسبة الى زمن التشاكه الأول للفترة :

نلاحظ أن $0 \leq t \leq \tau_0$

$\phi(t) - \phi(t + \tau) = 0$ وذلك عندما : $\tau < t \leq \tau_0$ وعندما $0 < t < \tau$

فان قيمة الطور تتراوح بين صفر و 2π . وهذا يصح على ازمنة فترات التشاكه التالية .

ان التكامل في معادلة (24) يمكن حسابه بسهولة كما يأتي :

بالنسبة للمسافة الأولى :

$$\frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} e^{i[\phi(t) - \phi(t+\tau)]dt} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau} e^{i\Delta} dt + \frac{1}{\tau_0} \int_{\tau}^{\tau_0} dt \qquad \ldots\ldots (25)$$

$$= \frac{e^{i\Delta}}{\tau_0} \tau + \frac{\tau_0 - \tau}{\tau_0}$$

حيث : $\Delta = \phi(t) - \phi(t - \tau)$

ويدعى بفرق الطور العشوائي .

والنتيجة نفسها يمكن الحصول عليها لبقية المسافات التالية ، ماعدا كون Δ هو عبارة عن الفرق لكل فترة او مسافة ، وقد يكون متغير المقدار .

بما ان Δ ذات قيمة عشوائية ، فان معدل جميع الحدود التي يحتوي على $e^{i\Delta}$ سوف يساوي صفراً . أما الحد الآخر $\frac{(\tau_0 - \tau)}{\tau_0}$ فهو نفسه بالنسبة الى بقية المسافات . ولذلك فهو يساوي معدل القيمة للتكامل الذي نحن بصدده . وهذا شيء طبيعي لأنه اذا كان $\tau > \tau_0$ فان فرق الطور :

$\phi(t) - \phi(t + \tau)$ هو دائماً قيمته عشوائية ونتيجة لذلك فان معدل التكامل الكلي يساوي صفراً .

من النتيجة في اعلاه وجدنا بان دالة العلاقة القياسية $\gamma_{12}(\tau)$ لمجال ذات طول موجي واحد تقريبا هو :

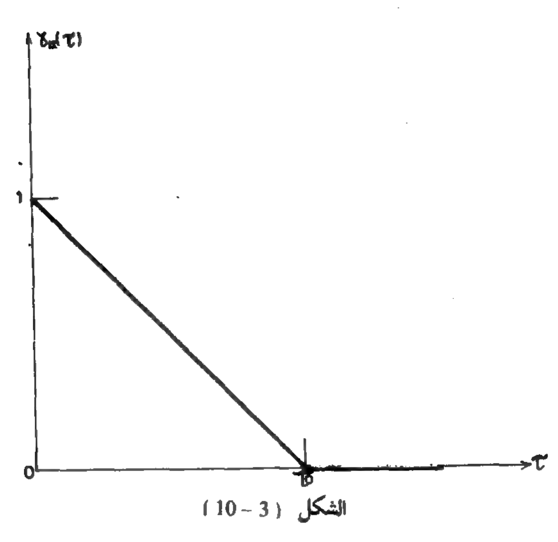
$$\gamma_{12}(\tau) = \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right) e^{i\omega\tau} \quad \tau < \tau_0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

$$= 0 \quad \tau \geq \tau_0$$

وتبعاً لذلك فان درجة التشاكه :

$$|\gamma_{12}(\tau)| = 1 - \frac{\tau}{\tau_0} \qquad \tau < \tau_0$$
$$= 0 \qquad \tau \geq \tau_0 \qquad \text{.......... (27)}$$

ان منحني $|\gamma_{12}|$ مبين في الشكل (3 – 10) . لقد سبق ان وجدنا في اعلاه



الشكل (3 – 10)

منحني درجة التشاكه لمصدر شبه احادي اللون

أن درجة التشاكه تساوي وضوح الهدبية "V" وذلك عند تساوي سعتي الحزمتين المتداخلتين . ومن الشكل ايضاً نلاحظ بان وضوح الهدبية تهبط الى الصفر وذلك عندما $\tau > \tau_0$ وهذا يعني بان فرق المسار بين الحزمتين يجب ان يزيد عن قيمة $l_c = c\tau_0$ وذلك لكي نحصل على اهداب تداخل . ان المقدار "l_c" يدعى بطول التشاكه . والذي يمثل طول سلسلة الموجة غير المعاقة ، أي المستمرة على نفس الهيئة . في حالة الذرات المشعة ، نلاحظ بان الزمن بين التصادمات غير ثابت وانه يتغير بصورة عشوائية من تصادم الى آخر . ونتيجة لذلك فان سلسلة الموجة سوف تتغير في الطول بنفس هذه الطريقة العشوائية . في مثل هذه الحالة الواقعية يمكن تعريف زمن التلازم بانه معدل حالات ازمنة التشاكه .. والشيء نفسه ينطبق على طول التشاكه .

ان الصيغة الرياضية لدرجة التشاكه ووضوحية الاهداب "V" تعتمد على التوزيع الاحصائي للاطوال مسلسلات الموجة . وعلى أية حال فان وضوحية الاهداب سوف

تكون كبيرة بحدود الواحد لفروق المسار التي هي صغيرة بالنسبة الى معدل طول التشاكه . وان وضوحية الاهداب سوف تكون صغيرة وتقترب من الصفر كلما اصبح فرق المسار اكبر من معدل طول التشاكه.

3 - 6 التحليل الطيفي لسلسلة من موجة محدودة – التشاكه وعرض الخط الطيفي :

(Spectral Resolution of a Finite-Wave Train Coherence and Line Width)

لايوجد من الناحية العملية أي مصدر للضوء احادي الطول الموجي وحتى في احسن المصادر للضوء الاحادي الطول الموجي يوجد مدى قليل من الترددات حول متوسط تردد معين . والآن نحاول دراسة العلاقة بين مدى التردد Frequency Spread وعرض الخط الطيفي باستخدام نظرية التكامل لفورير Fourier integral theorm بموجب هذه النظرية فان :

$$\left.\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega \\ g(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{i\omega t}\, dt \end{aligned}\right\} \quad \text{............ (28)}$$

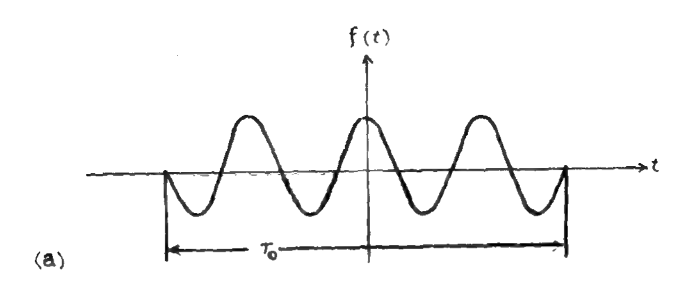
ان الدالتين $f(t)$ ، $g(\omega)$ يدعيان تحويل فورير Fourier transforms ويكونان بما يسمى بثنائي تحويل فورير (Fourier tramsform pair) اما "t" فهو الزمن و ω التردد الزاوي . لنتصور الآن حالة خاصة والتي فيها الدالة $f(t)$ تمثل مسلسلة لموجة واحدة مدتها τ_0 . فالتغير في زمن مسلسلة الموجة :

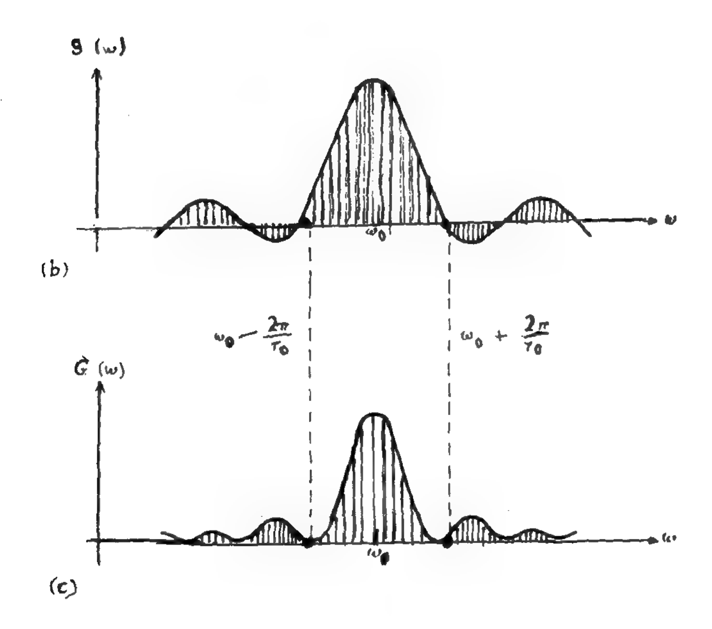
$$\left.\begin{aligned} f(t) &= e^{i\omega_0 t} & -\frac{1}{2}\tau_0 < t < \frac{1}{2}\tau_0 \\ &= 0 & \text{ماعدا ذلك} \end{aligned}\right\} \quad \text{............ (29)}$$

وكذلك

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\tau_0/2}^{+\tau_0/2} e^{i(\omega-\omega_0)t}\, dt \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{\sin\left[\frac{1}{2}\tau_0(\omega-\omega_0)\right]}{\omega-\omega_0} \end{aligned} \quad \text{............ (30)}$$

منحنيات الجزء الحقيقي للدالة f(t) موضح في شكل (3 11)





الشكل (3 11)

(a) مسلسلة موجة محددة (b) تحويل فورير . (c) طيف القدرة

وكذلك يوضح الشكل منحني لطيف القدرة :

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2$$

وهذه الدالة ، في حالة مسلسلة موجية محددة ، تساوي :

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2 = \frac{1}{\pi^2} \frac{\sin^2\left[\frac{1}{2}(\omega - \omega_0)\tau_0\right]}{(\omega - \omega_0)^2} \quad \ldots\ldots (31)$$

نلاحَظ من الشكل بأن التوزيع الطيفي هو اكبر مايمكن عندما $\omega = \omega_0$ ، وتنزل الى الصفر عندما :

$$\omega = \omega_0 \pm \frac{2\pi}{\tau_0}$$

نلاحظ في الشكل نهايات عظمى ودنيا ثانوية . ان اغلب الطاقة محصورة بين اول نهايتين عظميتين وعلى جهتي القمة المركزية في "ω_0" ان عرض $\Delta\omega$ لتوزيع التردد يساوي :

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (32)$$

أو

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

والآن اذا كان لدينا عدد من مسلسلات امواج متوالية ، وكل منها تستغرق وقتاً مقداره τ_0 وتحدث في اوقات مختلفة فان طيف القدرة هو نفسه كما لموجة واحدة وكما في اعلاه . واما اذا كانت النبضات غير متساوية في مدد الذبذبات τ_0 فيجب ان ناخذ معدلها $< \tau_0 >$.

ان الشكل المضبوط للتوزيع الطيفي يختلف عن النبضة الواحدة ، وعرض طيف التردد وبصورة تقريبية هو $< \tau_0 >^{-1}$.

والآن اذا كان عرض خط طيف المصور هو Δf ، فان زمن التشاكه :

$$< \tau_0 > = \frac{1}{\Delta f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

وطول التشاكه :

$$l_c = c < \tau_0 > = \frac{c}{\Delta f} \qquad \text{............ (35)}$$

ولكـن :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{|\Delta \lambda|}{\lambda}$$

$$\therefore l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \qquad \text{............ (36)}$$

حيث $\Delta\lambda$ يمثل عرض خط الطيف على مقياس الطول الموجي .

لنأخذ مثلا المصادر الطيفية الاعتيادية ، مثل انابيب التفريغ الكهربائي والتي عرض خطوطها حوالي 1A في المنطقة المرئية من الطيف والذي طول موجته بحدود 5000A . وباستخدام المعادلة (36) نجد ان "l_c" يساوي 5000 موجة او حوالي 2mm . وفي تجارب التداخل نلاحظ بأن وضوحية الاهداب تكون صغيرة جداً اذا كان فرق المسار أكبر بكثير من هذه المسافة .

في حالة تجارب التداخل للضوء الابيض والتي تستخدم فيها العين لرؤية الاهداب فانه يجب ملاحظة الحساسية الطيفية للعين . والتي هي على اشدها تقريبا لطول موجي مقداره 5000A° ، وتهبط الى الصفر للاطوال 7000A , 4000 A . ان العرض الطيفي للضوء الابيض في حالة استخدام العين لرؤية الطيف هو 1500 A تقريبا ، وطول التشاكه حوالي 3 او 4 أطوال موجية . بينما العرض الطيفي بالنسبة الى اشعة الليزر برتبة 10^3Hz والذي يقابل طول تشاكه مقداره باطوال الموجات :

$$\frac{f}{\Delta f} \simeq \frac{10^{14}}{10^3} = 10^{11}$$

أي بحدود 50km

ولهذا فيمكن الحصول على ظواهر التداخل باستخدام أشعة ليزر على مسافات بعيدة وكذلك يمكن الحصول على أهداب التداخل باستخدام مصدرين مختلفين لأشعة ليزر عند استخدام مصدرين ، فان الاهداب لن تكون ثابتة المظهر بل تتغير بشكل عشوائي. حيث يمكن ان تستمر الاهداب لفترة تعادل زمن التشاكه لمصدري الليزر والذي يساوي حوالي 10^{-3} ثانية .

7 - 3 التشاكه الفراغي (Spatial Coherence)

لقد سبق ان تحدثنا في الفصول السابقة عن التداخل بين مجالين يصلان الى نقطة في الفضاء في الوقت نفسه وذلك عبر مسارات ضوئية مختلفة .

في هذا الموضوع نحاول دراسة حالة التداخل بين مجالين في نقاط مختلفة في الفضاء وهي الحالة الاكثر شمولاً ولها اهميتها في دراسة التداخل لمجالات الاشعة لمصادر غير نقطية أن موسعة (Extended Sources) لنفترض اولاً وجود مصدر نقطي "S" يبعث اشعة احادية الطول الموجي تقريباً ، كما في الشكل(3-12)في الشكل يوجد ثلاثة نقاط التقاط اشعة وهي P_1 , P_2 , P_3 والمجال في هذه النقاط هو E_1 , E_2 , E_3 على التوالي .



الشكل (3 - 12)

شكل يوضح التشاكه الجانبي والتشاكه الطولي

النقطتين P_1 , P_3 يقعان على نفس الاستقامة ولكن يختلفان ببعدهما عن "S" ان التشاكه الحاصل بين E_1 , E_3 هو الذي يدعى التشاكه الفراغي الطولي (Longitudinal spatial coherence) .

واذا كانت النقطتان P_1 , P_2 تبعدان البعد نفسه عن "S" فان التشاكه بين E_1 , E_2 هو الذي يدعى بالتشاكه الفراغي الجانبي للمجال (Lateral spatial coherence of the field) .

من الواضح ان التشاكه الطولي يعتمد فقط على مقدار المسافة r_{13} مقابلة الى طول التشاكه للمصدر او على المقدار t_{13} حيث :

$$t_{13} = \frac{r_{13}}{c}$$

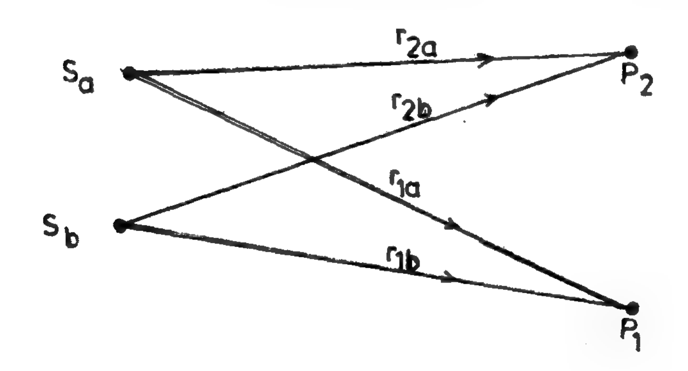
مقابلة الى وقت التشاكه τ_0 ، فاي تغيير يحصل لـ $E_1(t)$ يحدث لـ E_3 ولكن بعد مضي زمن مقداره t_{13} ، اذا كان $\tau_0 >> t_{13}$ فان التشاكه بين E_1 , E_3

سوف يكون كبيراً ، بينما اذا كان $t_{13} > \tau_0$ فالتشاكه يكون قليلاً او قد يكون صفراً .
والآن اذ اكانت نقطة المصدر "S" حقيقة فان اعتماد كل من E_1 , E_2 على الوقت هو بالضبط نفسه وذلك بما يتعلق بالتشاكه الجانبي (Lateral coherence) . وهذا يعني ان المجالين سيتشاكهان تبادليا وبصورة تامة .

لاجل الحصول على تشاكه بين E_1,E_3 يجب ان يكون المصدر نقطياً ، واما اذا كان المصدر متسعاً فسوف لن يحدث تشاكه بين المجالين . والآن سوف نحاول دراسة علاقة التشاكه الجانبي للمجال مع حجم المصدر .

بما ان المصدر المتسع يتكون من عدة مصادر نقطية ، فسوف نبدأ بدراسة نقطتين منفصلتين وواقعتين ضمن المصدر المتسع وذلك قبل دراسة الحالة الاكثر شمولاً وهو المصدر المتسع .

ففي الشكل (3 – 13) نلاحظ المصدرين النقطيين S_a , S_b المتماثلين في كل شيء عدا كون طوريهما يتغيران بصورة عشوائية كل على حدة ..



الشكل (3 – 13)

الشكل الهندسي لدراسة التشاكه الجانبي لمصدرين

ان هذين المصدرين يبعثان حزم احاديه الطول الموجي تقريباً وغير متشاكهين بعضهما مع بعض . أي :

$$E_1 = E_{1a} + E_{1b}$$

$$E_2 = E_{2a} + E_{2b}$$

حيث E_{1a} هو المجال في P_1 بسبب المصدر S_a وبنفس الشيء بالنسبة الى E_{1b} وهكذا ان درجة التشاكه بين نقطتي التسلم P_2 , P_1 هو :

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{< E_1(t) E_2^*(t+\tau) >}{\sqrt{I_1 I_2}}$$

$$= \frac{< [E_{1a}(t) + E_{1b}(t)] [E_{2a}^*(t+\tau) + E_{2a}^*(t+\tau)] >}{\sqrt{I_1 I_2}} \quad \text{.......... (37)}$$

$$= \frac{< E_{1a}(t) E_{2a}^*(t+\tau) >}{\sqrt{I_1 I_2}} + \frac{< E_{1b}(t) E_{2b}^*(t+\tau) >}{\sqrt{I_1 I_2}}$$

في الخطوة الثانية استفدنا من حقيقة كون المصدرين S_b , S_a غير متشاكهين بعضهما مع بعض حيث تلاشى الحدان :

$< E_{1b} E_{2a}^* >$ و $< E_{1a} E_{2b}^* >$

والآن اذا افترضنا ان المجالين هما من نفس النوع المعطى في المعادلة (22) فـان معدل الوقت في المعادلة في اعلاه يمكن حسابه بنفس طريقة اشتقاق المعادلة (25). واذا اخذنا بنظر الاعتبار الوقتين المختلفين للمجالين البصريين لقطع المسافة بين المصدرين الى نقطتي الالتقاط فان النتيجة تكون :

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{1}{2}\gamma(\tau_a) + \frac{1}{2}\gamma(\tau_b) \quad \text{........... (38)}$$

حيث

$$\gamma(\tau) = e^{i\omega\tau}\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)$$

و

$$\tau_a = \frac{r_{1a} - r_{2a}}{c} , \quad \tau_b = \frac{r_{1b} - r_{2b}}{c}$$

وان المعامل سوف يكون بصورة تقريبيه يساوي :

$$|\gamma_{12}\tau| \simeq \left(\frac{1 + \cos[\omega(\tau_b - \tau_a)]}{2}\right)^{1/2}\left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_0}\right) \quad \text{........... (39)}$$

لقد حصلنا على هذه المعادلة بعد ان افترضنا ان $(\tau_a - \tau_b)$ هي كمية صغيرة مقابلة الى τ_a ومع τ_b. إن النتيجة في المعادلة في اعلاه توضح ان التشاكه بين المجالين E_2 , E_1 يعتمد بصورة رئيسة على مقدار الكمية $(\tau_a - \tau_b)$. حيث :

$$\begin{aligned} \tau_b - \tau_a &= \frac{r_{1b} - r_{2b}}{c} - \frac{r_{1a} - r_{2a}}{c} \\ &= \frac{r_{1b} - r_{1a}}{c} - \frac{r_{2b} - r_{2a}}{c} \\ &\simeq \frac{sl}{cr} \end{aligned} \quad \text{............ (40)}$$

حيث "s" هي المسافة بين المصدرين . و l هي المسافة الجانبية بين نقطتي التسلم و r هو معدل المسافة بين المصدرين ونقطتي التسلم . وقد افترضنا ان "r" مقداره كبيرا مقابلة الى s او l

لنفترض الآن ان موقع P_1 بالنسبة الى المصدرين النقطيين هوكما في الشكل (3 14)

ان من الشكل نلاحظ علاقة $|\gamma_{12}|$ كدالة للمسافة الى p_2 والتي تبين ان التشاكه الجانبي مشابه الى نظام التداخل الهدبي.

ان التشاكه يكون على اشده في المركز حيث النقطتان P_2 , P_1 قريبتان بعضهما عن بعض . كذلك نلاحظ في الشكل ان التشاكه يهبط الى الصفر حوالي المركز وعلى مسافة مقدارها "λ" بحيث ان :

$$\omega (\tau_a - \tau_b) = - 1$$

اي أن :

$$\omega (\tau_b - \tau_a) - \frac{\omega s l}{cr} = \pi \quad \text{... (41)}$$

$$\therefore \quad l = \frac{r\lambda}{2s} \quad \text{... (42)}$$

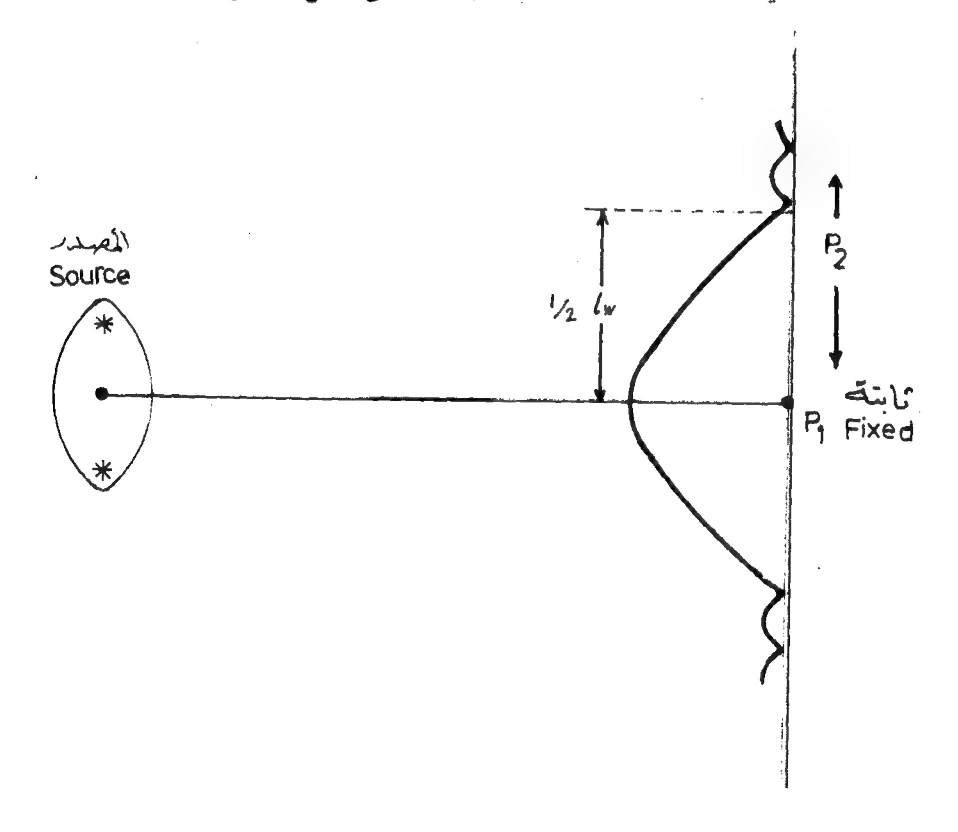
و

$$l\omega = 2l = \frac{r\lambda}{s} = \frac{\lambda}{\theta_s} \quad \text{... (43)}$$

حيث l_w تمثل بصورة تقريبية عرض منطقة التداخل الجانبي العالي (Width of the region of high lateral coherence) . وسوف نطلق عليها مستقبلاً بعرض التشاكه الجانبي l_w . في المعادلة في اعلاه . θ تمثل الفصل الزاوي (Angular separation) بين المصدرين كما تشاهد من نقاط التسلم .

المصادر الممتدة – قياس اقطار النجوم :

في حالة المصادر الممتدةنتمكن من الحصول على نتيجة كما في معادلة (43) لعرض التشاكه الجانبي ما عدا المعامل العددي والذي يعتمد على شكل المصدر ..



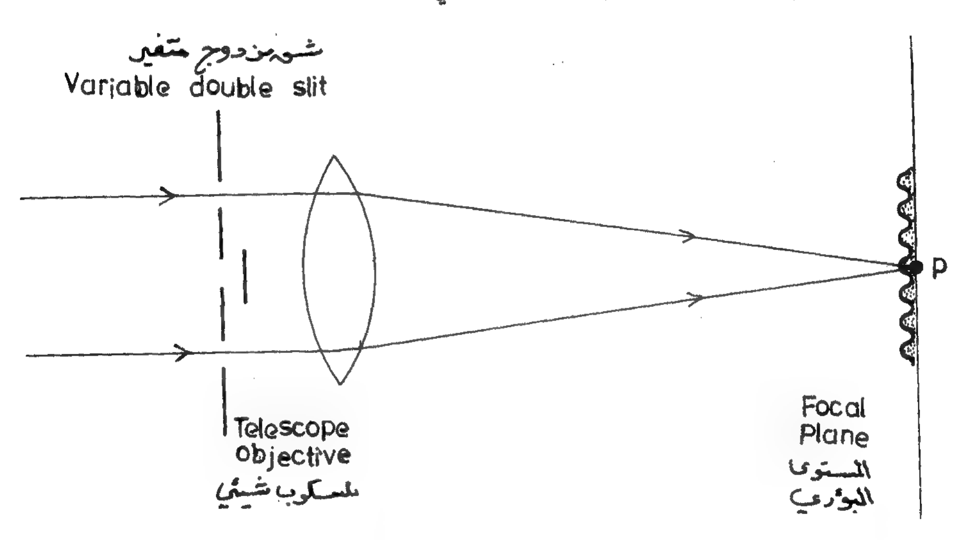
الشكل (3 - 14) التشاكه الجانبي لمصدر متسع

اذا كان المصدر دائري الشكل فان عرض التشاكه الجانبي هو :

$$l_w = \frac{1.22\lambda}{\theta_s} \qquad (44)$$

وتبعاً لهذه النتيجة ، ولكي يجري شخص ما تجربة تداخل ويستخدم فيها شقين ، كما في تجربة يونل ، فان المسافة بين الشقين يجب أن تكون اصغر من عرض التشاكه الجانبي لكي نحصل على اهداب تداخل واضحة . وكمثال عددي على ذلك ، دعنا نفترض ان قطر فتحة المصدر تساوي 1 mm ، والضوء المستخدم ذو طول موجي مقداره 5000A° ، مثلاً . ولذلك فعلي مسافة مقدارها 1 m ، يكون عرض التشاكه الجانبي بموجب المعادلة (43) يساوي 0.5 mm . ولفتحة قطرها 0.1 mm يساوي 5 mm .

والآن لنفترض ان شخصاً ما يرغب في معرفة مقدار القطر الزاوي لجسم بعيد مثل نجمة فباستخدام نظام تداخل ذي شقين والمسافة بينهما يمكن تغيرها كما في الشكل (3 – 15) ، فيمكننا ايجاد عرض التشاكه الجانبي بسهولة وبالطريقة التالية :



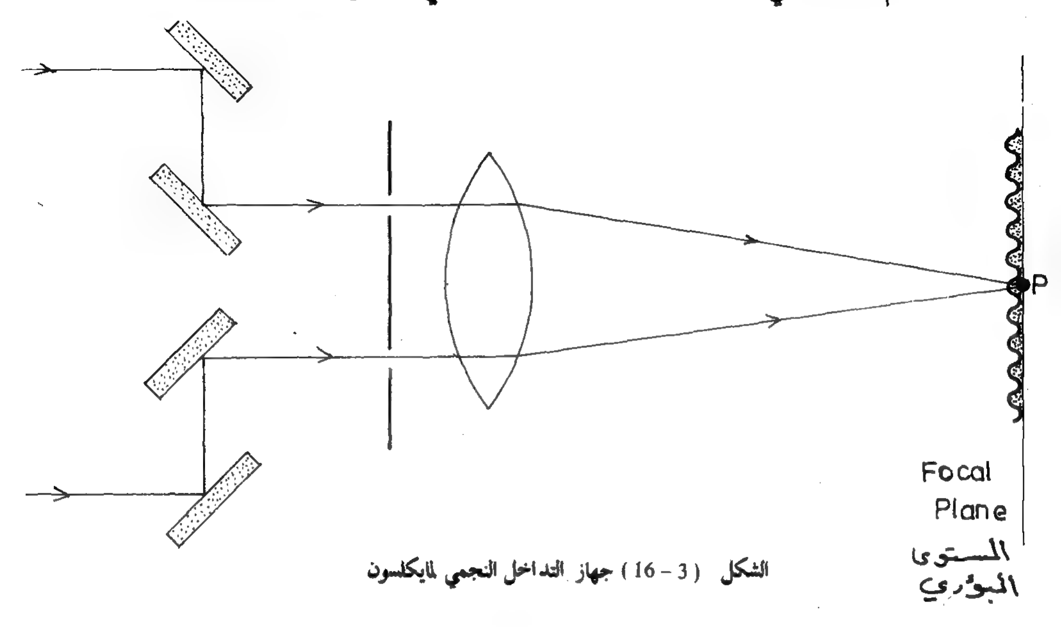
الشكل(3-15)طريقة لتوليد اهداب تداخل لمصدر بعيد

ان المسافة بين الشقين هي السبب في عدم ظهور اهداب تداخل . والقطر الزاوي يمكن حسابه من المعادلة (44) وبسبب المسافات البعيدة جداً للنجوم ، فان اقطارها الزاوية

تكون صغيرة جداً ، وبحدود اجزاء من المئة من الثانية من القوس .

وهذا يصح بالنسبة الى النجوم القريبة لنا . ولهذا ، فان عرض التشاكه الجانبي لضوء النجوم هو بحدود عدة امتار .

ان اول من وجد الاقطار للنجوم باستخدام ظاهرة التداخل هو العالم مايكلسون . حيث استخدم المرايا لكي يزيد المسافة بين الشقين ، كما في الشكل (3 - 16) وكان القطر



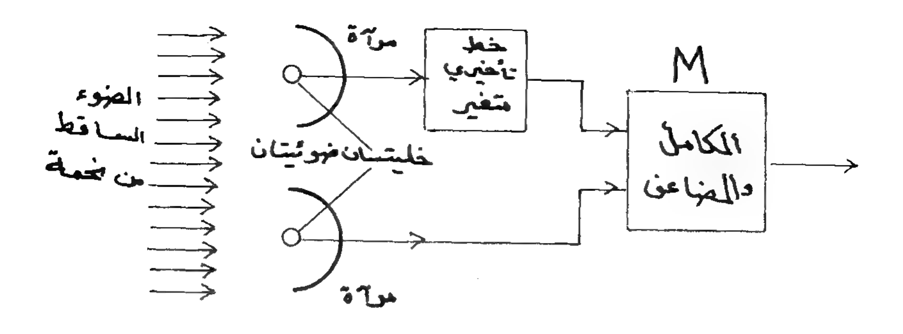
الشكل (3 - 16) جهاز التداخل النجمي لمايكلسون

الزاوي لاكبر نجمة قيست ، منكب الجوزاء Betelgeuse ، يساوي 0.047 ثانية . ومن معرفتنا للمسافة ، فان هذا القطر الزاوي يعادل قطراً خطياً مقداره 280 مرة بقدر قطر الشمس !

3 - 17 مقاييس تداخل الشدة . (Intensity Interferometry)

لقد صمم العالمان هانبري – براون وتويز (Hanbury-Brown and Twiss) جهازاً تداخليا يعتمد على العلاقة بين الشدة لنقطتين . ان هذه الطريقة تدعى بمقاييس تداخل عشدة . باستخدام هذه الطريقة يمكن قياس اقطار زاوية (Angnlar diameter) للنجوم اصغر بكثير مما يمكن قياسه بطريقة مايكلسون ..

ان التركيب الاساسي لهذا الجهاز مبين في الشكل (3 - 17) ويتألف من مرآتين M_1 , M_2 عاديتين (ليست من نوع خاص) . ان الضوء القادم من النجم يتمركز بوساطة المرآتين في الخليتين الضوئيتين .



الشكل (3 – 17) التداخل المتري للشدة لهانبوري – براون وتويز

والضوء الصادر من الخليتين الضوئيتين يتناسب مع الشدتين الآنيتين $|E_1|^2$ ، $|E_2|^2$ على سطحي المرآتين . ان الاشارات الصادرة من الخلايا الضوئية تغذي كلاً من خط التأخير (Delay line) والمكثِّر والمكامل M كما في الشكل ..

ان الاشارات الصادرة من M تتناسب مع معدل حاصل ضرب $<|E_1^2||E_2^2|>$ ان هذه الكمية الاخيرة تدعى بالرتبة الثانية لدالة التشاكه للمجالين .

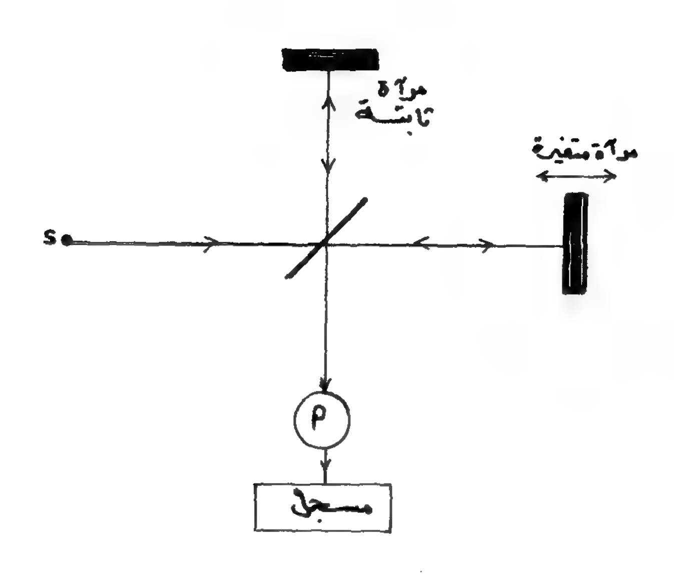
ان التداخل الناتج من الرتبة الثانية لدالة التشاكه مشابه لظاهرة التداخل الاعتيادية (الرتبة الاولى First order) والتي سبق ان بحثناها ان قياس الرتبة الثانية من التداخل بين نقطتي تسلم من مصدر متسع وبعيد يؤدي الى قياس عرض التداخل الجانبي (width Lateral coherence) وبالتالي قياس القطر الزاوي للمصدر . ان من حسنات هذا الجهاز هو انه لا يحتاج الى اجهزة بصرية من نوعية ممتازة وكذلك لا يحتاج الى تثبيت جيد .

تحويل فورير الطيفي :

(Fourier Transform Spectroscopy)

لنفترض ان حزمة ضوئية انقسمت الى حزمتين ضوئيتين متبادلتين ومتشاهكتين ، كما هو الحال في مطياف مايكلسون ، وهاتان الحزمتان اتحدتا بعد قطعهما مسارات ضوئية مختلفة كما في الشكل (3 – 18) .

اذا كان الضوء يتألف من طيف من الاطوال الموجية الذي يمكن التعبير عنه بدالة مثل $G(\omega)$، فان شدة الاستضاءة في نقطة P سوف تتغير بطريقة تعتمد على نوعية الطيف .



الشكل (3 18) تحويل فورير الطيفي

وبتسجيل شدة الاستضاءة كدالة لفرق المسار . يمكننا قياس قدرة الطيف $G(\omega)$ ان مثل هذه الطريقة للحصول على طيف تدعى بتحويل فورير الطيفي .

لاشتقاق قدرة الطيف يكون من المناسب استخدام العدد الموجب k بدلاً من التردد الزاوي ω وبما ان $\omega = ck$ في الفراغ فان يمكن استخدام $G(k)$ بدلاً من $G(\omega)$؛ والآن من المعادلة (3) والتي تعطي الشدة في P لضوء احادي الطول الموجي . نلاحظ أن الشدة لضوء يحتوي على عدة اطوال يمكن ايجادها وذلك بجمع الطيف باكمله . أي :

$$I(x) = \int_0^{\prime} (1 + \cos kx)\, G(k)\, dk$$

$$= \int_0^{\infty} G(k)\,dk + \int_0^{\infty} G(k)\,\frac{e^{ikx} + e^{-ikx}}{2}\,dk$$

$$= \frac{1}{2} I(0) + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} G(k)\,e^{ikx}\,dk$$

أو

$$W(x) = 2I(x) - I(0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}\,G(k)\,dk \qquad \dots (45)$$

حيث $I(0)$ تمثل الشدة عندما يكون فرق المساريساوي صفراً . ولذلك فان $W(x)$ و $G(k)$ يكونان زوج تحويل فورير (Fourier transform pair) والتي بموجبها يمكننا كتابة المعادلة الآتية :

$$G(k) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} W(x)\,e^{-ikx}\,dx \qquad \dots (46)$$

وهذا يعني ان طيف القدرة $G(k)$ هوعبارة عن تحويل فورير لدالة الشدة $W(x)$ حيث :

$$W(x) = 2I(x) - I(0)$$

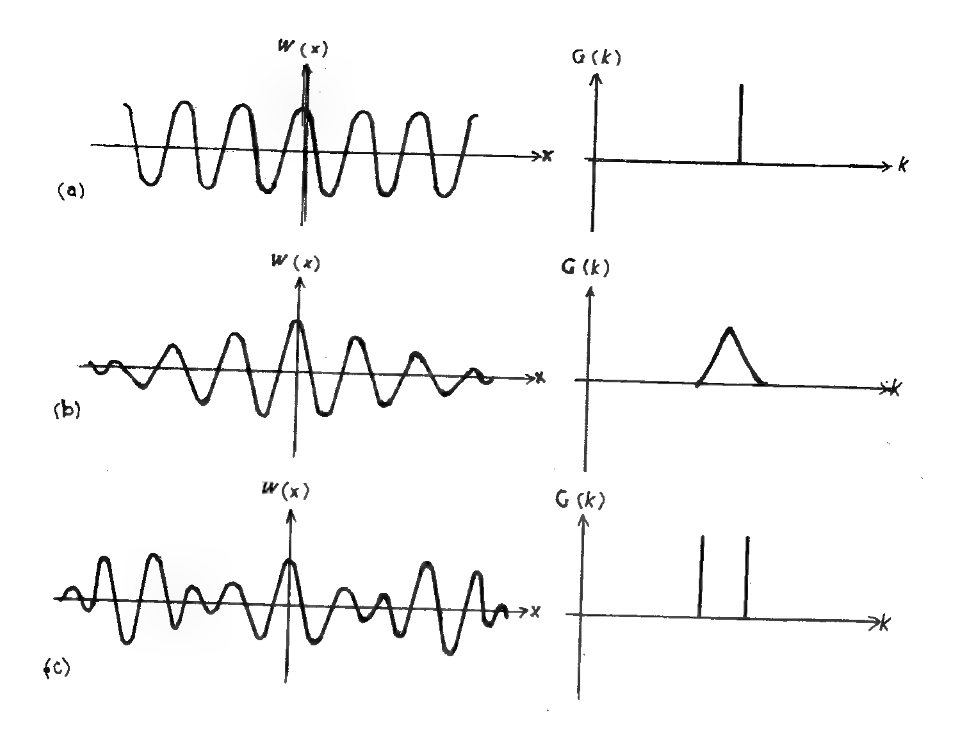
ان هذه الطريقة للتحليل الطيفي مفيدة في موضوع امتصاص الاشعة تحت الحمراء من. من قبل الغازات . حيث يكون الطيف معقداً جداً .

ان الحسابات الحقيقية لتحويلة فورير لشدة الدالة غالبا ماتنجز باستخدام الحاسبات الالكترونية السريعة جداً .

واخيرا لاحظ الشكل (3 – 19) ففيه بعض الامثلة التي تحتوي على دوال الشدة والاطياف العائدة لها .

3 – 19 التداخل لحزم متعددة : (Multiple-Beam Interference)

في كلامنا السابق كان التداخل ناتجا بسبب تداخل حزمتين من الاشعة . والآن نتكلم عن حالة أكثر شمولاً وهو التداخل الناتج من حزم متعددة . احدى الطرق لتوليد عدد كبير من الحزم المتشاكه فيما بينهما ، أي الحزم التي يكون فيها فرق الطور ثابتا بين اي حزمتين متتاليتين ، هي الانعكاسات المتعددة بين مرآتين نصف مفضضتين و متوازيتين ،



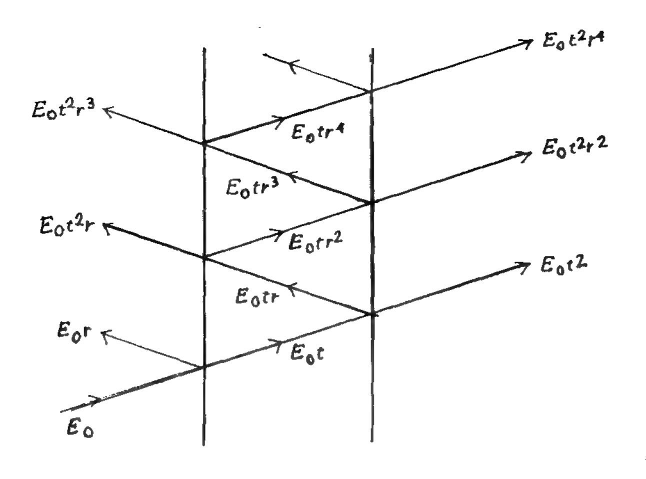
الشكل (3 - 19) دوال الشدة واطيافها
(a) لخط احادي الطول الموجي (b) لخط واسع منفرد (c) لخطين ضيقين

لكي تعكس الاشعة الساقطة عليها جزئيا . كما في شكل (3 - 20) .
في الشكل نلاحظ أن الاشعة الاساسية تنعكس جزئيا وتنفذ جزئيا ايضا من السطح الاول . ونلاحظ ان الاشعة النافذة تعاني عدة انعكاسات ذهابا وايابا . فاذا فرضنا ان معامل الانعكاس هو "r" و "t" هومعامل النفوذ . فان من الشكل نلاحظ ان سعات الاشعة المتتالية الانعكاس الداخلي هي :

$$E_0 t \, , \, E_0 t r , \, E_0 t \, r^2 \, , \ldots$$

حيث E_0 تمثل سعة الحزمة الرئيسية الساقطة . واما سعات الاشعة النافذة المتتالية فهي :

$$E_0 \, t^2 \, , \, E_0 \, t^2 \, r^2 \, , \, E_0 \, t^2 \, r^4 \, , \ldots$$

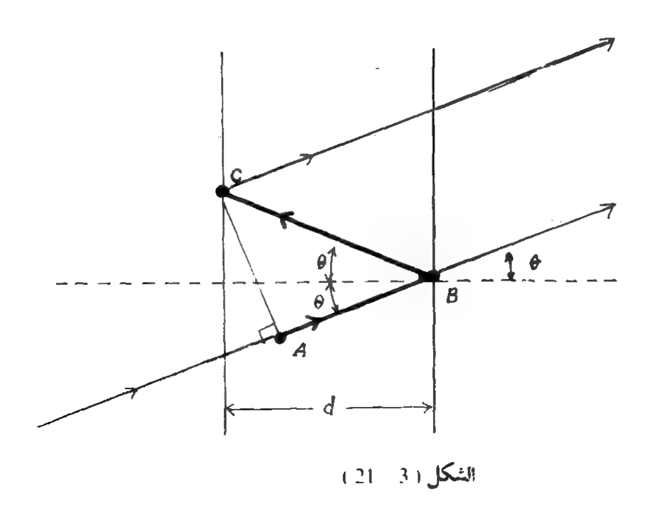


الشكل (3 - 20) مسارات الاشعة الضوئية لانعكاسات متعددة بين مرآتين متوازيتين

كما في الشكل .

ان فرق المسار الهندسي بين أي شعاعين نافذين ومتتاليين يمكن برهنته بسهولة بأنه يساوي $2d\cos\theta$. حيث d هي المسافة بين السطحين العاكسين و θ هي الزاوية بين اي شعاع والعمود المقام على السطح كما في الشكل (3 - 21) .

ان فرق الطور δ بين أي شعاعين متتاليين هو :



الشكل (3 - 21)

شكل يبين فرق المسار لشعاعين متتاليين

$$\delta = 2\,kd\cos\theta = \frac{4\pi}{\lambda}\,d\cos\theta \qquad \ldots (47)$$

وبأخذ فرق الطور بنظر الاعتبار كمعامل $e^{i\delta}$ وبجمع السعات لجميع الاشعة النافذة ، نحصل :

$$E_T = E_0 t^2 + E_0 t^2 r^2 e^{i\delta} + E_0 t^2 r^4 e^{2i\delta} + \ldots = \frac{E_0 t^2}{1 - r^2 e^{i\delta}} \qquad \ldots (48)$$

ولهذا فان الشدة للضوء النافذ هو :

$$I_T = |E_T|^2 = I_0 \frac{|t|^4}{|1 - r^2 e^{i\delta}|^2} \qquad \ldots (49)$$

حيث $I_0 = |E_0|^2$ ويمثل شدة الحزمة الضوئية الساقطة .

قد يحدث اثناء الانعكاس تغيراً في الطور ، ولهذا السبب فان r . على العموم رقماً معقداً (Complex number) . ولذلك فان :

$$r = |r|\, e^{i\delta_r/2} \qquad \ldots (50)$$

حيث $\frac{\delta_r}{2}$ هو فرق الطور لانعكاس واحد .

والآن اذا افترضنا ان R يمثل الانعكاسية و T يمثل النفوذية لسطح ما . فان

$$R\,|r|^2 \quad , \quad T = |t|^2 \qquad \ldots (51)$$

وبذلك يمكن كتابة المعادلة (49) بطريقة اخرى :

$$I_T = I_0 \frac{T^2}{(1 - R)^2} \; \frac{1}{1 + \dfrac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\dfrac{\Delta}{2}\right)} \qquad \ldots (52)$$

حيث :

$$\Delta = \delta + \delta_c \qquad \ldots (53)$$

والذي يمثل Δ مجموع فرق الطور بين حزمتين نافذتين ومتتاليتين . ولهذا فان الشدة تتغير مع Δ تبعاً للدالة :

$$\frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)} = \frac{1}{1+F\sin^2\frac{\Delta}{2}} \quad ...(54)$$

والتي تسمى بدالة آيري. (Airy function) .

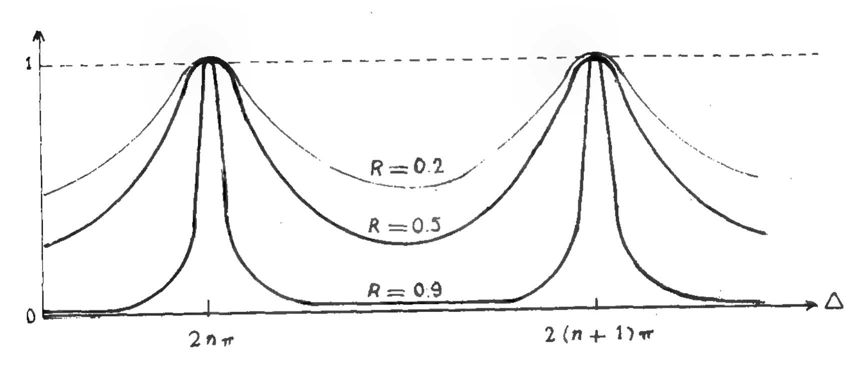
ان الكمية F تساوي :

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad ...(55)$$

وهو مقياس لحدة اهداب التداخل .

ان الصفات العامة لهذه الدالة موضحة في شكل (3 – 22). حيث نلاحظ عدة منحنيات ذات قيم R مختلفة والآن اذا كان :

$$\frac{\Delta}{2} = n\pi$$



الشكل (3 – 22)

منحنيات دالة آيري والتي تبين التوزيع لشدة الاستضاءة لاهداب التداخل لاحزمة ضوئية متعددة

فان دالة آيري :

$$\left(1+F\sin^2\frac{\Delta}{2}\right)^{-1}$$

سوف يساوي واحداً لجميع قيم R . وأما اذا كانت R صغيرة جداً . فان اهداب التداخل سوف تكون واسعة وعريضة ولا يمكن تمييزها . اي غير واضحة على الاطلاق . بينما اذا كانت R قريبة من الواحد . فان الاهداب سوف تبدو واضحة جداً .

واما اكبر واصغر قيمة لـ I_T فهي :

$$I_T\,(max) = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2} \quad ...(56)$$

$$I_T\,(min) = I_0 \frac{T^2}{(1+R)^2} \quad ...(57)$$

اما اذا افترضنا ان "A" هو جزء من الطاقة الساقطة والتي تمتص في كل انعكاس فانه باستخدام مبدأ حفظ الطاقة ، سوف نحصل على :

$$A + R + T = 1 \quad ...(58)$$

فاذا لم يكن هناك امتصاص للاشعة فان :

$$R + T = 1$$

وبموجب المعادلة (56) فان :

$$I_T\,(max) = I_0$$

وهذا يعني ان قمة الشدة للاهداب النافذة سوف تساوي شدة الضوء الساقط .حتى لوكان R قريباً جداً من الواحد . ومن الناحية العملية فان A، لن يكون صفراً . والشدة القصوى للاهداب النافذة هي دائماً اقل من I_0 .

3 - 11 مقياس التداخل لفابري بيرو :

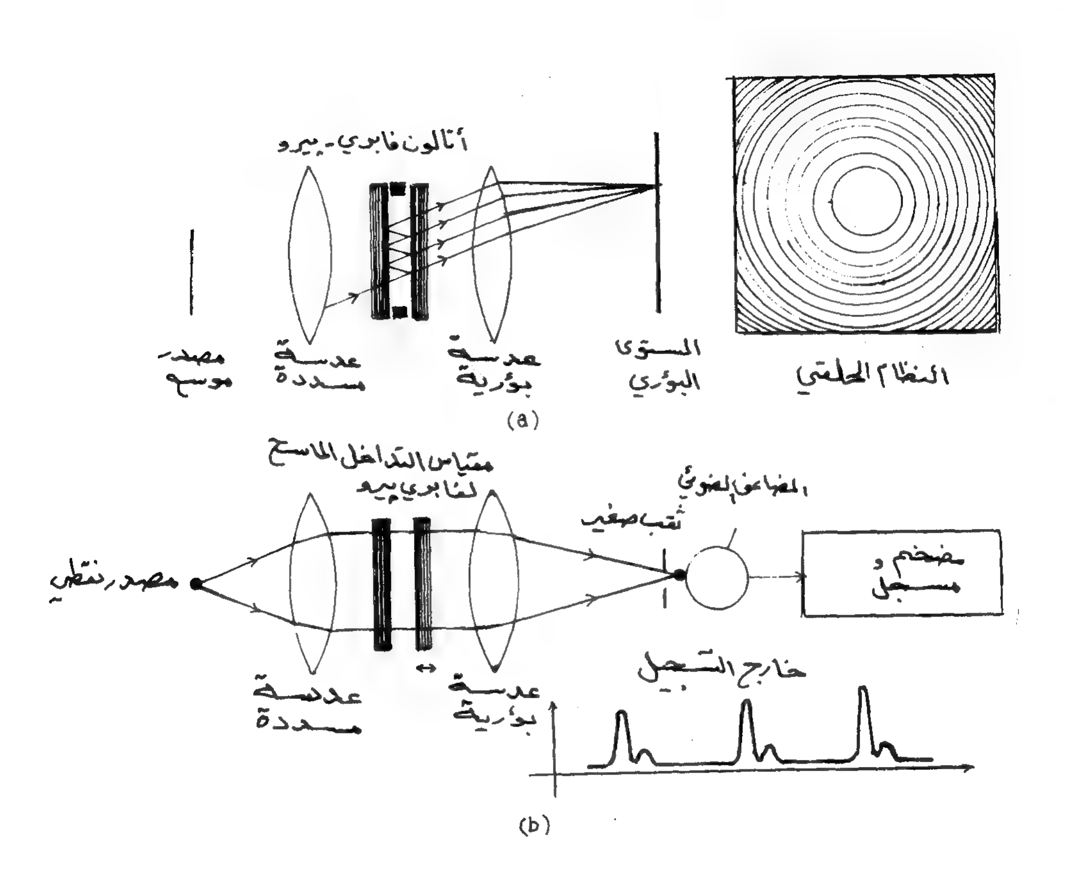
(The Fabry-Perot Interferometer)

هذا الجهاز صمم من قبل العالمان فابري وبيرو C.Fabry و A. Perot في سنة 1899 . حيث استخدما فيه مبدأ التداخل بين الاحزمة المتعددة . ويستخدم لقياس الاطوال الموجية بصورة مضبوطة جداً ولدراسة التركيب الدقيق لخطوط الطيف .

يتألف الجهاز من صفيحتين مستويتين بصرياً مصنوعتان من الزجاج او الكوارتز الذي يعكس الاشعة الساقطة جزئياً . فاذا كانت المسافة بين الصفيحتين يمكن تغييرها ميكانيكياً فان الجهاز يدعى بجهاز تداخل . واما اذا كانت المسافة بين الصفيحتين ثابتة فعندئذ تدعى بالأتالون (Etalon)

ولكي نحصل على اهداب واضحة فيجب ان تكون السطوح مستوية ومتوازية ويجب ان يتراوح استواء السطوح بين $\frac{1}{20}$ و $\frac{1}{100}$ من الطول الموجي المستخدم .

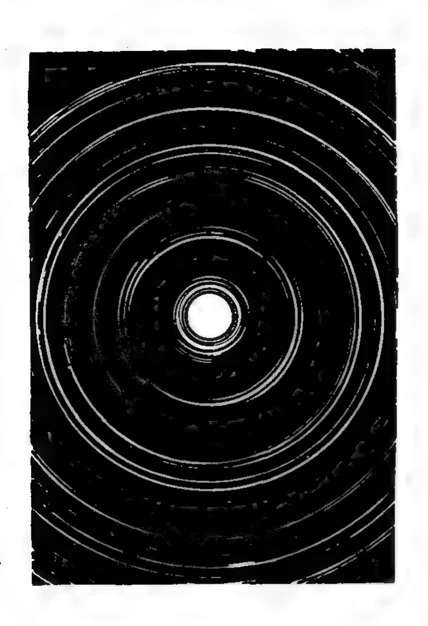
ان جهاز التداخل يحتوي على عدسة تسقط الاشعة على صفيحتي الزجاج بصورة متوازية واخرى تجمع الاشعة المتوازية والنافذة من الصفيحة الزجاجية الثانية وتسقطها على الحاجز. كما في الشكل (3 — 23 a) اذا استخدمنا مصدراً متسعاً لضوء متسع . فان

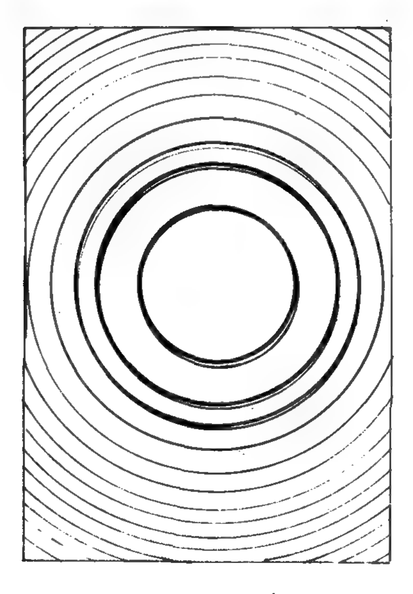


الشكل (3 — 23)

(a) فابري — بيرو اتالون (b) المطياف المساح

اهداب التداخل تظهر على شكل دوائر متحدة المركز في المستوي البؤري للعدسة . كما هو واضح في الشكل (3 — 24). ان هذه الحلقات يمكن مشاهدتها او تصويرها ..





الشكل (3 - 24)

اهداب التداخل في جهاز فابري – بيرو (a) لمصدر احادي الطول الموجي اهداب التداخل في جهاز فابري – بيرو

(a) لمصدر احادي الطول الموجي (باستخدام اشعة الليزر) (b) لمصادر غير احادي الطول الموجي

توجد طريقة ثانية لاستخدام مقياس التداخل وتدعى بطريقة المسح Scanning method ، ويستخدم فيها مصدر نقطي او فتحة صغيرة . يوضع المصدر الضوئي بحيث ان مركز النظام الحلقي center of the ring system يقع على المستوي البؤري ، كما في الشكل . ويتم المسح بتغير المسافة بين الصفيحتين اما ميكابيكياً اوبصرياً . بتغير ضغط الهواء بين الصفيحتين . واما شدة مركز الحلقة فيسجل . اعتيادياً . كهروضوئياً . الشكل(3 – 23 b) يوضح نموذج منحني التداخل . إن المسجل يرسم اساساً دالة آيري اي

$$\left(1 + F \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right)^{-1}$$

او بصورة اكثر دقة مجموع مثل هذه الدوال لكل تردد من الترددات الموجودة في الضوء المقاس .

ان مدى الطيف الحر Free spectral range هو عبارة عن الفرق في الترددات (او الاطوال الموجية) لرتبتي تداخل متجاورتين . واما دالة آيري فيمثل بالعلاقة التالية :

$$\Delta_{n+1} - A_n = 2\pi$$

ومن معادلة (47) . (53) نجد ان مدى الطيف الحر هو :

$$\omega_{n+1} - \omega_n = \frac{\pi c}{d \cos \theta} \quad \ldots (59)$$

أو

$$f_{n+1} - f_n = \frac{c}{2 d \cos \theta} \quad \ldots (60)$$

ولزاوية θ صغيرة . نجد ان رتبة الطيف الطليق $\simeq \frac{c}{2d}$

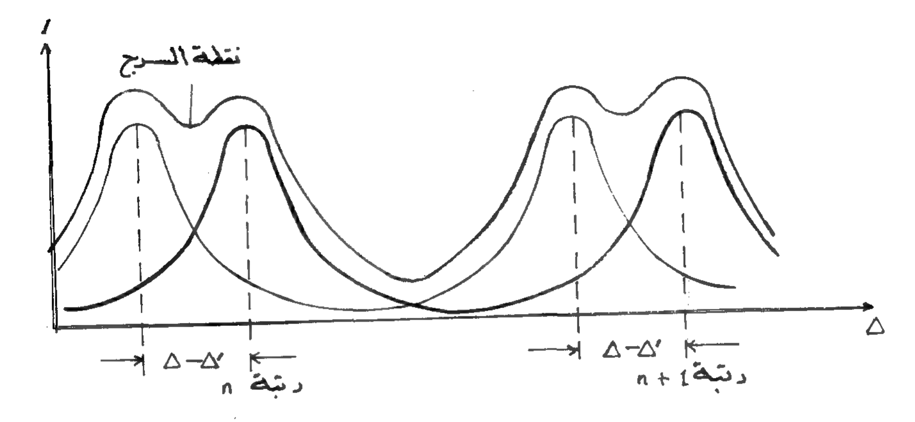
3 - 12 القدرة التحليلية لاجهزة فابري – بيرو :

(Resolving Power of Fabry-Perot Inrtruments)

لنفترض اننا نرغب بتحليل طيف يتالف من ترددين متجاورين و وذلـــك باستخدام مطيــاف فابــري– بيــرو. ان توزيع شدة الاستضاءة للنظام الهدبــي ســوف

يكون عبارة عن مزيج من النظامين الهدبيين كما هوموضح في الشكل (3 – 25)، وعلى فرض ان الشدتين متساويتان . ان النظام الهدبي هوعبارة عن مجموع دالتي آيري ، أي ان :

$$\frac{I}{I_0} = \left[1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\Delta}{2} \right]^{-1} + \left[1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \left(\frac{\Delta'}{2} \right) \right]^{-1} \quad \dots (61)$$



الشكل (3 - 25)

منحنيات توزيع الشدة لخطين احادين الطول الموجي في جهاز التداخل لفابري – بيرو

حيث :

$$\Delta \simeq \delta_\tau + 2kd = \delta_\tau + \frac{2\omega d}{c}$$

والشيء نفسه بالنسبة الى Δ' ، اي :

$$\Delta' \simeq \delta_\tau + 2k'd = \delta_\tau + \frac{2\omega' d}{c}$$

على فرض ان θ هي صغيرة بحيث :

$$\cos\theta \simeq 1$$

ولـكي يمكننا من تحليل خطي الطيف ، فيجب أن يكون هناك انخفاض في منحني توزيع الشدة .

توجد طريقة عامة ومتفق عليها لتحليل طيف يتألف من خطين وتدعى بمعيار رايلاي Rayleigh criterion. فبموجب هذا المعيار فان الخطين المتساويان يعتبران محللان اذا كانت الشدة في نقطة السرج (لاحظ الشكل) اقل من $\frac{8}{\pi}$ من الشدة في القمتين . ولذلك ففي وسط خطي الطيف الذي يمكن تحليله بصعوبة يكون :

$$\frac{I}{I_0} = 2\left[1 + \frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\frac{\Delta - \Delta'}{2}\right)\right]^{-1} = \frac{8}{\pi^2} \quad ...(62)$$

ومن حل المعادلة هذه نجد ان :

$$\Delta - \Delta' \simeq 2.4\left(\frac{1-R}{\sqrt{R}}\right) \quad ...(63)$$

على فرض ان الزاوية صغيرة ، أي أن الفرق ($\Delta - \Delta'$) صغير بحيث جيب الزاوية يساوي الزاوية نفسها . وبدلالة ω و ω' نحصل على :

$$\omega - \omega' = \frac{1.2c}{2d}\left(\frac{1-R}{\sqrt{R}}\right) \quad ...(64)$$

والذي يمثل اقل فرق في السرعة الزاوية يمكن تحليله عندما تكون المسافة بين الصفحتين هي "d" والانعكاسية R.

وأما القدرة التحليلية Resolving power (R.P.) لمطياف فابري –بيرو فيعرف بانه :

$$R.P. = \frac{\omega}{\omega - \omega'} = \frac{2\omega d}{1.2c}\left(\frac{\sqrt{R}}{1-R}\right) \quad ...(65)$$

ومن هذه المعادلة نلاحظ ان القدرة التحليلية تعتمد بصورة رئيسية على مقدار "R" وهذا الشيء متوقع لان الاهداب تزداد وضوحاً كلما اقتربت قيمة R من الواحد.

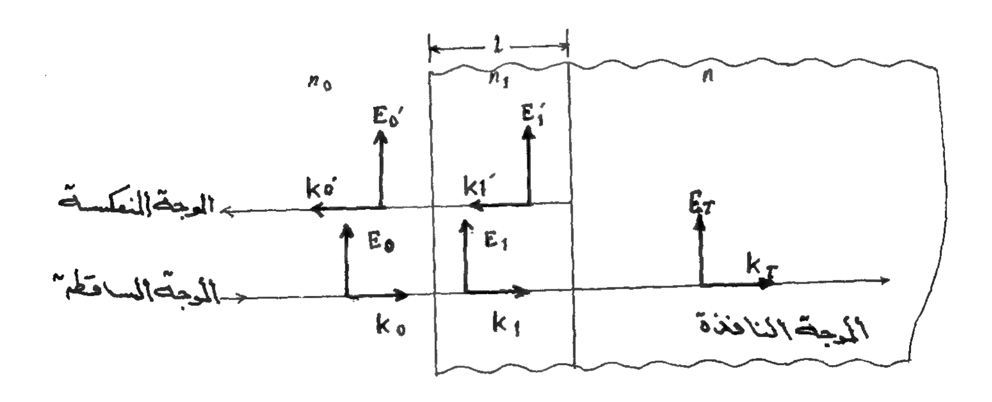
في اجهزة فابري– بيرو الجيدة يمكن الحصول على قدرة تحليل تساوي مليوناً، والتي هي 10 الى 100 مرة اكبر من القدرة التحليلية للموشور او المطياف الذي يستخدم فيه المحززات.

3 - 22 نظرية الاغشية المتعددة : (Theory of Multilayer Films)

تستخدم الاغشية المتعددة في المواضيع العلمية وفي المصانع للتحكم بمقدار الضوء. يمكن الحصول على سطوح بصرية (Optical surfaces) لها اي خصائص انعكاسية او نفوذية وذلك من الاغشية الرقيقة Thin films . ان الاغشية الرقيقة هذه ترسب اعتيادياً على سطوح الزجاج او المعادن في اجهزة تبخير مفرغة من الهواء. ان الزجاج او المعدن في هذه الحالة يدعى بالاساس او الطبقة السفلى (substrate) ان الاغشية غير العاكسة للضوء والتي تطلى بها عدسات الكاميرات والاجهزة البصرية الاخرى ماهي الا احدى تطبيقات الاغشية الرقيقة .

وتستخدم الاغشية الرقيقة في الحصول على مرايا عاكسة للحرارة (Heat reflecting mirror) وعلى مرايا تسمح للحرارة بالنفوذ (Heat transmitting mirrors) وتستخدم ايضاً في المرشحات البصرية (Optical filters) .

والآن دعنا نتصور حالـة الغشاء الذي سمكه "l" ومعامل انكساره n_1 وهو محصور بين وسطين كبيرين جداً ومعاملهما n , n_0 كما في الشكل (3 – 26) وللسهولة سوف



الشكل (3 - 26)

المتجهات الموجية ومجالاتها الكهربائية في حالة سقوط الاشعة بصورة عمودية على طبقة عازلة للكهربائية

نبحث سقوط موجة ضوئية وبعدها يمكن تعميمها على الموجة الساقطة بصورة غير عمودية ولنفترض الآن ان سعة المتجه الكهربائي للحزمة الساقطة هي"E_0" وللمنعكسة E'_0 وللنافذة E_T .

ان سعات المجال الكهربائي داخل الغشاء هي E_1 للموجة المتجهة الى الامام و E'_1 للموجة المتجهة الى الخلف ،كما هو مؤشر في الشكل.

توجد شروط حدودية (Boundary condition) والتي بموجبها يحتاج ان يكون كل من المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي مستمرين continous على كل سطح بيني (هو السطح الذي يفصل وسطين) Interface وهذه الشروط مثبتة في الجدول في ادناه :

	السطح البيني الثاني	السطح البيني الاول	
الكهربائي :	$E_1 e^{ikl} + E_1' e^{-ikl} = E_T$	$E_0 + E_0' = E_1 + E_1'$	...(66)
المغناطيسي :	$H_1 e^{ikl} - H_1' e^{-ikl} = H_T$	$H_0 - H_0' = H_1 - H_1'$	...(67)
او	$n_1E_1 e^{ikl} - n_1E_1' e^{-ikl} = nE_T$	$n_0E_0 - n_0E_0' = n_1E_1 - n_1E_1'$	...... (68)

ان عاملي الطور phase factors e^{ikl} و e^{-ikl} ناتجان من حقيقة كون الموجة كانت قد قطعت مسافة "l" من السطح البيني الاول الى السطح البيني الثاني واذا تخلصنا من السعتين E_1 . E_1' نحصل على :

$$\left.\begin{aligned} 1 + \frac{E_0'}{E_0} &= \left(\cos kl - i\frac{n}{n_1} \sin kl \right) \frac{E_T}{E_0} \\ n_0 - n_0 \frac{E_0'}{E_0} &= (- in_1 \sin kl + n \cos kl) \frac{E_T}{E_0} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (69)$$

او بشكل مصفوفة :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ n_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -n_0 \end{bmatrix} \frac{E'}{E_0} = \begin{bmatrix} \cos kl & \frac{-i}{n_1} \sin kl \\ - in_1 \sin kl & \cos kl \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ n \end{bmatrix} \frac{E_T}{E_0}$$

والتي يمكن ان تكتب بالصيغة التالية (اختصاراً للكتابة) :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ n_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -n_0 \end{bmatrix} r = M \begin{bmatrix} 1 \\ n \end{bmatrix} t \qquad \ldots (70)$$

حيث :

$$r = \frac{E_0'}{E_0} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (71)$$

ومعامل النفاذية "t"

$$t = \frac{E_T}{E_0} \qquad \ldots\ldots (72)$$

والمصفوفة M

$$M = \begin{bmatrix} \cos kl & -\frac{i}{n} \sin kl \\ -in_1 \sin kl & \cos kl \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (73)$$

حيث "M" تدعى بمصفوفة النقل او التحويل (Transfer matrix) للغشاء.
والآن لنفترض ان لدينا "N" من طبقات الاغشية وارقامها 1 ,2 ,3 ,.... ولها معاملات انكسار $n_1 , n_2 , n_3 , \ldots , n_N$ وسمك $l_1 , l_2 , l_3 , \ldots , l_N$ على التوالي. بنفس الطريقة التي اشتققنا بهامعادلة (70) ، يمكن ان نبرهن على ان معاملي الانعكاس والنفوذية للطبقات المتعددة من الاغشية تربطهما معادلة مصفوفة (Matrix equation) التالية :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ n_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -n_0 \end{bmatrix} r = M_1 M_2 M_3 \ldots M_N \begin{bmatrix} 1 \\ n \end{bmatrix} t =$$

$$M \begin{bmatrix} 1 \\ n \end{bmatrix} t. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (74)$$

حيث $M_1 . M_2 . M_3 \ldots . M_N$ يمثلن بمصفوفات النقل او التحويل . وكل من هذه المصفوفات تشابه مصفوفة النقل في المعادلة (73) مع قيم ملائمة لـ $n . l . k$.

ان مصفوفة النقل الكلية "M" هي عبارة عن حاصل ضرب مصفوفات النقل جميعاً.
فاذا كانت عناصر M هي A . B . C . D فان

$$M_1 M_2 M_3 \ldots M_N = M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (75)$$

وبذلك يمكننا من حل المعادلة (74) بالنسبة الى t,r وبدلالة هذه العناصر. والنتيجة هي :

$$r = \frac{An_0 + Bnn_0 - C - Dn}{An_0 + Bnn_0 + C + Dn} \qquad .... (76)$$

$$t = \frac{2 n_0}{An_0 + Bnn_0 + C + Dn} \qquad ... (77)$$

واخيراً فان قيمتي كل من T , R هي على التوالي :

$$T = |t|^2 \ , R = |r|^2$$

الافلام غير العاكسة : (Antireflecting Films)

انّ مصفوفة التحويل لغشاء معامل انكساره n_1 وسمكه l هوكما في المعادلة (73) لنفترض ان هذا الغشاء يقع على قاعدة زجاجية معاملها n فيكون معامل الانعكاس للغشاء والزجاجة معاً في الهواء تبعاً للمعادلة (76) على اعتبار ان $n_0 = 1$ والنتيجة تكون :

$$r = \frac{n_1 (1 - n) \cos kl - i(n - n_1^2) \sin kl}{n_1 (1 + n) \cos kl - i(n + n_1^2) \sin kl} \qquad ... (78)$$

واذا كان السمك البصري للغشاء هو $\frac{1}{4}$ طول موجة ، فان:

$$kl = \frac{\pi}{2}$$

والانعكاسية لربع طول موجة ستكون:

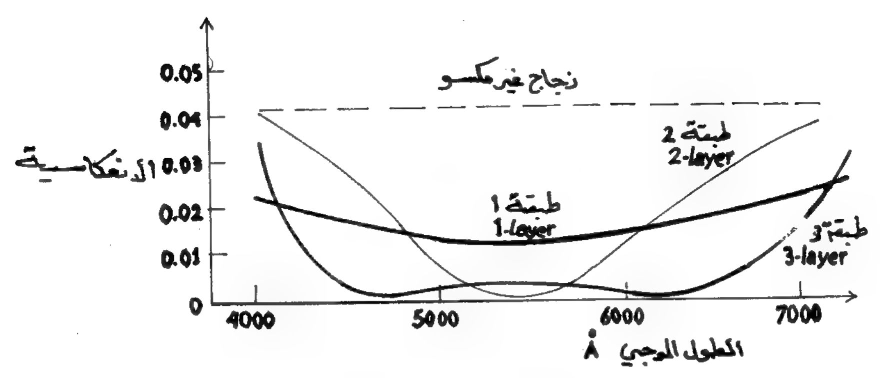
$$R = |r|^2 = \frac{(n - n_1^2)^2}{(n + n_1^2)^2} \qquad ...(79)$$

وستكون الانعكاسية تساوي صفراً عندما (80) ...... $n_1 = \sqrt{n}$

وغالباً مايستخدم فلوريد المغنيسيوم والذي معامل انكساره هو 1.35 ككساء للعدسات. وعلى الرغم من ان هذه المادة لاتحقق تماماً الاحتياجات المرجوة للزجاج العادي الذي معامله $n \simeq 1.5$

فان الانعكاسية للزجاج المكسو بفلوريد المغنيسيوم وسمك يعادل ربع طول موجه سوف ينخفض الى الربع مقابلة بالزجاج غير المكسو بهذه المادة وهذه النتيجة ستوفر ضوءاً لاباس به في الاجهزة البصرية التي تحتوي على عدة اجزاء كالعدسات المستخدمة في الكاميرات ذات النوعية الممتازة والتي قد يصل عددها الى عشرة او اثني عشرة سطحاً عاكساً.

ويمكن جعل الانعكاسية تساوي صفراً لطول موجي معين وذلك باستخدام طبقتين من الاكاسيد احدهما ذومعامل انكساركبير والآخر ذو معامل قليل.
ويمكننا جعل الانعكاسية صفراً لطولين موجيين وذلك باستخدام ثلاثة طبقات مناسبة ومختارة بشكل دقيق وكذلك يمكننا تقليل الانعكاسية الى اقل من $\frac{1}{4}$ بالمئة لكل الطيف المرئي تقريباً لاحظ المنحنيات في الشكل (3 - 27)



الشكل (3 - 27) منحنيات الانعكاسية كدالة للطول الموجي لاغشية غير عاكسة

الاغشية ذات الانعكاسية العالية : (High Reflectance Films)

لغرض الحصول على انعكاسية عالية، يجب ان تكون الطبقات متناوبة من اغشية ذات معامل انكسار كبير وأخرى ذات معامل انكسار صغير n_L، بحيث يكون سمك كل غشاء من هذه الاغشية يساوي ربع طول موجة كما في الشكل (3 - 28) .وستكون مصفوفات التحويل كلها من نفس الهيئة، وسيكون حاصل ضرب كل مصفوفتين متجاورتين هو:

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{-i}{n_H} \\ -in_H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{-i}{n_L} \\ -in_L & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-n_H}{n_L} & 0 \\ 0 & \frac{-n_L}{n_H} \end{bmatrix} \qquad (81)$$

واذا كانت المادة تتألف من 2N من الطبقات ، فان مصفوفة التحويل لجميع الطبقات هي :

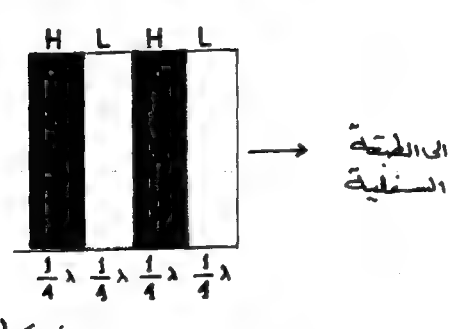
$$M = \begin{bmatrix} \frac{-n_H}{n_L} & 0 \\ 0 & \frac{-n_L}{n_H} \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} \left(\frac{-n_H}{n_L}\right)^N & 0 \\ 0 & \left(\frac{-n_L}{n_H}\right)^N \end{bmatrix} \qquad (82)$$

لنفترض ولغرض التبسيط ان كلاً من n, n_0 يساوي واحداً ، فستكون الانعكاسية لمادة ذات عدة طبقات من الاغشية طبقاً للمعادلة (76) وكما في المعادلة التالية :

$$R = |r|^2 = \left[\frac{(-n_H/n_L)^N - (-n_L/n_H)^N}{(-n_H/n_L)^N + (-n_L/n_H)^N} \right]^2 =$$

$$\left[\frac{(n_H/n_L)^{2N} - 1}{(n_H/n_L)^{2N} + 1} \right]^2 \qquad \text{..........} (83)$$

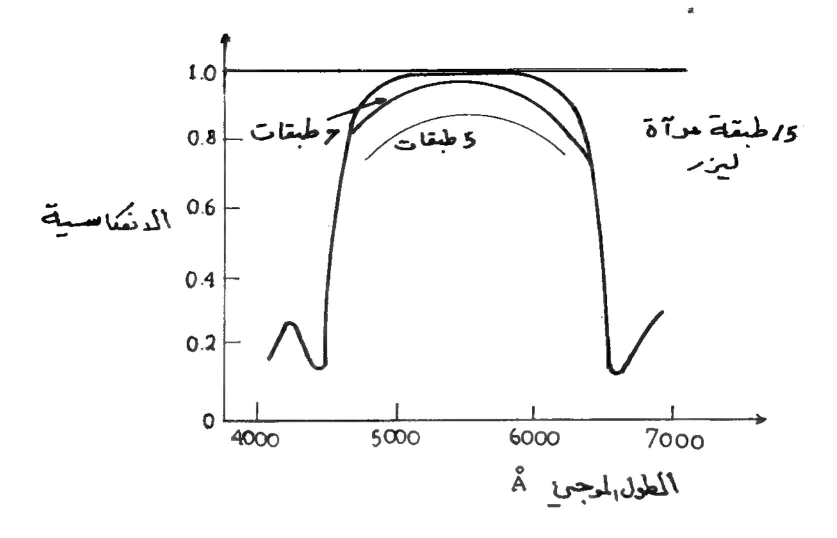
ولذلك فالانعكاسية تقترب من الواحد لقيمة N كبيرة . فمثلاً . لمادة متكونة من ثماني طبقات ($N = 4$) من كبريتيد الزنك ($n_H = 2.3$) وفلوريد المغنسيوم ($n_L = 1.35$) تعطي انعكاسية تساوي 0.97 ، والتي هي اكبر من الانعكاسية للفضة النقية في الطيف المرئي . وانعكاسية حادة تتألف من 30 طبقة هي اكبر من 0.999 . إن هذه الانعكاسية العالية . تحدث لطول موجي واحد . ويمكن توسيع منطقة الانعكاسية العالية بضم طبقات ذات اسماك مختلفة .



شكل 3 ـ 28

مجموعة متالفة من طبقات متعددة لتوليد انعكاسية كبيرة المجموعة تتألف من طبقات متناوبة من مواد كبيرة وصغيرة معامل الانكسار وبسمك مقداره ربع طول موجة

الشكل (3 − 29) يوضح بعض المنحنيات التقريبية للانعكاسية كدالة للطول الموجي لمادة تتألف من عدة طبقات من الاغشية . مثل هذه المواد تستخدم في اعمال الليزر .



الشكل (3 - 29) منحنيات الانعكاسية لمادة تتألف من عدة اغشية ذات انعكاسية عالية

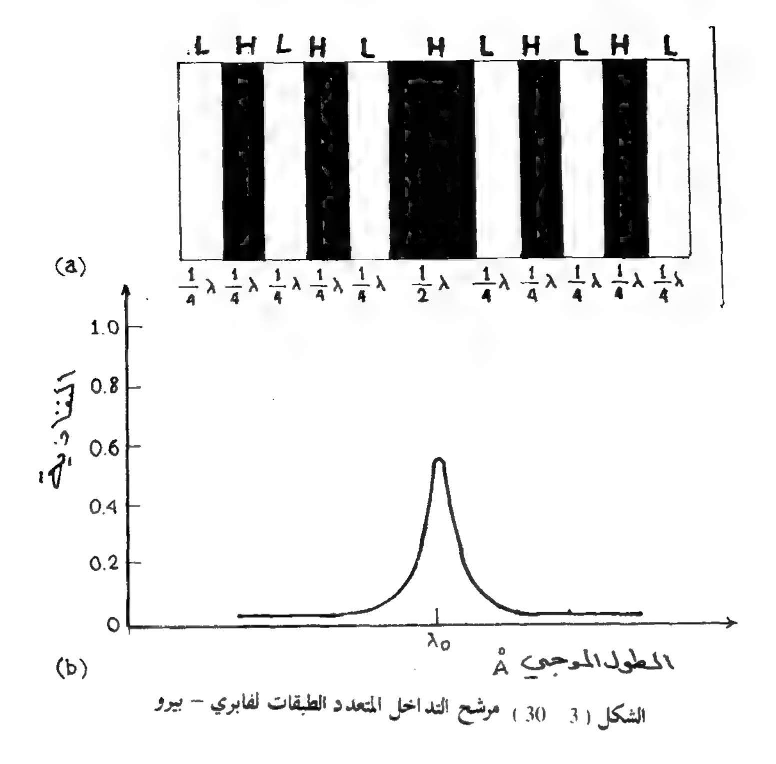
مرشح التداخل لغابري – بيرو :

(Fabry-Perot Interference Filter)

هذا النوع من المرشحات يتالف من طبقة عازلة للكهربائية وسمكها يعادل نصف الطول الموجي المستخدم (λ_0) ومحاط من كلا الجانبين بسطحين انعكاسهما جزئياً. ان منحني النفاذ Transmission curve . لهذا المرشح بموجب دالة آيري الممثلة بالمعادلة (54) . حيث نحصل على قمة النفاذية في طول موجي مقداره λ_0 . ونحصل على قيم اخرى للنفاذية للاطوال الموجية التالية : $\frac{\lambda_0}{2}$ $\frac{\lambda_0}{3}$ $\frac{\lambda_0}{4}$ .....الخ اما عرض طيف شريط النفاذية Transmission band فيعتمد على النفاذية للسطوح المحيطة . ان اول مرشح لفابري –بيروكان قد صنع من اغشية الفضة لتوليد الانعكاسية العالية المطلوبة . واما الآن فتصنع من اغشية مصنوعة من مادة عازلة للكهربائية.

وهذا النوع الاخير افضل من النوع الاول لكونه ذات انعكاسية عالية واقل امتصاصاً للاشعة الساقطة عليه.

الشكل (3 – 30) يوضح تصميماً نموذجياً لمرشح فابري بيرو المتألف من عدة طبقات مع منحني النفاذية لهذا النوع من المرشحات.



الشكل (3 30) مرشح التداخل المتعدد الطبقات لفابري – بيرو

اسئلة الفصل الثالث

س 1 :

أحسب حد التداخل لثلاثة امواج مستوية ومتعامدة بعضها على بعض .

(الجواب :

$$\left(2\,\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos\theta_{12} + 2\,\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_3 \cos\theta_{13} + 2\,\vec{E}_2 \cdot \vec{E}_3 \cos\theta_{23} : \right.$$

س 2 :

برهن على ان حد التداخل يساوي صفراً بالنسبة الى حزمتين ضوئيتين متعامدتين. استقطابهما بيضوياً .

س 3 :

أحسب وارسم نموذج التداخل لتجربة يونك عندما تكون عدد الشقوق ثلاثة بدلاً من شقين وذلك على افتراض ان المسافات بين هذه الشقوق متساوية.

(الجواب :

$$\left(\frac{I}{I_0} = 3 + 4\cos\theta + 2\cos 2\theta : \theta = \frac{kyh}{z} : \right)$$

س 4 :

لقد سبق ان ذكرنا بانه يمكن قياس معامل الانكسار لغاز ما بوساطة جهاز التداخل لمايكلسون . فاذا افترضنا ان الغاز يجري خلال خلية زجاجية مفرغة من الهواء طولها والطول الموجي λ اجب عما يلي :

(أ) اذا كان عدد الاهداب يحسب اثناء جريان الغاز من الفراغ الى الضغط الجوي الاعتيادي ، فما هو معامل الانكسار n بدلالة كل من N، λ و L ؟

(ب) ماهو عدد الاهداب اذا كان الغاز المستخدم هو ثاني اوكسيد الكاربون (n = 1.00045) علماً ان طول الخلية 10cm والضوء المستخدم هو ضوء الصوديوم (λ = 5890A)

س 5 :

اذا علمت ان المسافة بين الشقين في تجربة يونك هي 0.5 mm . والطول الموجي المستخدم هو 6000 A احسب بعدا للحصول على اهداب تداخل المسافة بين كل هدبين متتاليين فيه تساوي 1mm .

(الجواب : 83 cm)

س 6 :

في السؤال السابق اذا وضعنا صفيحة من الزجاج (n = 1.5) سمكها 0.1 mm على احد الشقين . فما هو مقدار الانحراف في موقع الاهداب على الحاجز؟

س 7 :

اذا علمت ان زاوية السقوط في تجربة مرآة لويد كانت 89 احسب المسافة بين كل هدبين متتالين في حالة استخدامنا لضوء طوله الموجي 6000 A .

الجواب : (0.017 mm) .

س 8 في تجربة الموشور المزدوج لفرنل كانت زاوية رأس الموشور α تساوي 179 وهذا الموسور مصنوع من مادة زجاجية معاملها n . والطول الموجي المستخدم هو λ . والمسافة من المصدر الى الموشور كانت تساوي D والمسافة من الموشور الى مستوي الرؤيا هو D .

احسب المسافة بين هدبين متتاليين استخدم التقريبات المناسبة للحصول على النتيجة النهائية.

س 9 :

سقطت موجة احادية الطول الموجي ومستقطبة خطياً على مرآة مستوية بزاوية مقدارها 45° . احسب مجموع الشدة I في نقطة P التي تقع على بعد λ من المرآة . وبرهن على ان I تتغير دورياً مع Y بالنسبة الى الاستقطاب TE ، وثابتة اذا كان الاستقطاب من النوع TM .

س 10 :

ماهي الرؤيا الهدبية v (Fringe visibility) للضوء الاعتيادي غير المستقطب في السؤال السابق ؟

س 11 :

استخدم جهاز المونوكروماتور لغرض الحصول بصورة تقريبية على ضوء احادي الطول الموجي من الضوء الابيض .

فاذا كان مقدار التشتت الخطي للمونوكروماتور هو 20A/mm وعرض فتحة الخروج 0.2mm . احسب زمن التشاكه وطول التشاكه للضوء الذي طول موجته 5000A

(الجواب : 0.062 mm. 2.1×10^{-12} S)

س 12 :

ماهو عرض الخط الطيفي بوحدات الانكستروم وبوحدات الهرتز (Hz) لضوء الليزر الذي طول تشاكهه 10km ؟ علماً ان معدل الطول الموجي هو 6328A .

س 13 :

ماهو مقدار عرض التشاكه الجانبي لضوء الشمس . علماً ان القطر الظاهري الزاوي للشمس هو 0.5 . اعتبر الطول الموجي الفعال هو 6000 A .

الجواب : 0.08 mm)

س 14 : استخدمت فتحة قطرها 1mm كمصدر ضوئي في تجربة التداخل ذي الشقين واستخدم ضوء الصوديوم في الاضاءة ($\lambda = 5890A$) فاذا كانت المسافة من الفتحة الى الشقين هي 2m . ماهي اكبر مسافة بين الشقين لكي نتمكن من رؤية الاهداب؟

س 15 :

اذا علمت ان المسافة بين الصفيحتين في جهاز التداخل الفابري-بيروهو "d" وانعكاسية الصفيحة هي R احسب اقل فرق للتردد $f - f'$ واقل فرق طول موجي $\lambda - \lambda'$ بين خطي طيف يمكن فرزهما بصعوبة.

(الجواب

$$\left(f - f' = 0.22 \frac{c}{d} (1 - R) R^{-1/2} . \lambda - \lambda' = 0.22 \left(\frac{\lambda^2}{d} \right) (1 - R) R^{1/2} : \right.$$

س16 :

اذا علمت ان الانعكاسية لصفيحتي جهاز التداخل لفابري بيرو هي 0.9 (أ) احسب المسافة بين الصفيحتين "d" لكي تحلل H_α المزدوجة :

$\lambda - \lambda' = 0.14A$, $\lambda = 6563$ A

(ب) ماهو المدى الطيفي الحر (الطليق) الناتج بوحدات الانكستروم؟

س 17 :

اذا علمت ان جهاز التداخل لفابري –بيرو الصلب يتكون من قطعتين المسافة بينهما تساوي 2cm ومصنوعتين من مادة ذات معامل انكسار كبير ويساوي $n = 4.5$ احسب :

(أ) التغاير الهدبي (Fringe contrast)

(ب) قدرة التحليل .علماً ان السطحين غير مكسوين والتغاير الهدبي $\frac{Imax}{Imin}$

(الجواب : (أ) 2.35 (ب) (86,000)

س 18 :

احسب قمة الانعكاسية (Peak reflectance) لمادة تتألف من طبقات ذات انعكاسية كبيرة وذلك عندما يكون عدد الطبقات : (أ) 4 و (ب) 16 من مادتين احدهما ذو معامل انكسار كبير والآخر صغير ، علماً ان $n_H = 2.8$, $n_L = 1.4$

س 19 :

استخدم جهاز التداخل لفابري- بيرو ليحلل الصيغة التركيبية لليزر He – Ne وبطول موجي مقداره 6238A فاذا علمت ان مقدار التباعد الترددي Frequency separation بين الصيغ يساوي 150 MH_z فما هي المسافة بين الصفيحتين اذا كانت : (أ) $R = 0.9$

(ب) 0.999 ؟

(الجواب : (أ) 40cm ؛ (ب) 4mm) .

الفصل الرابع

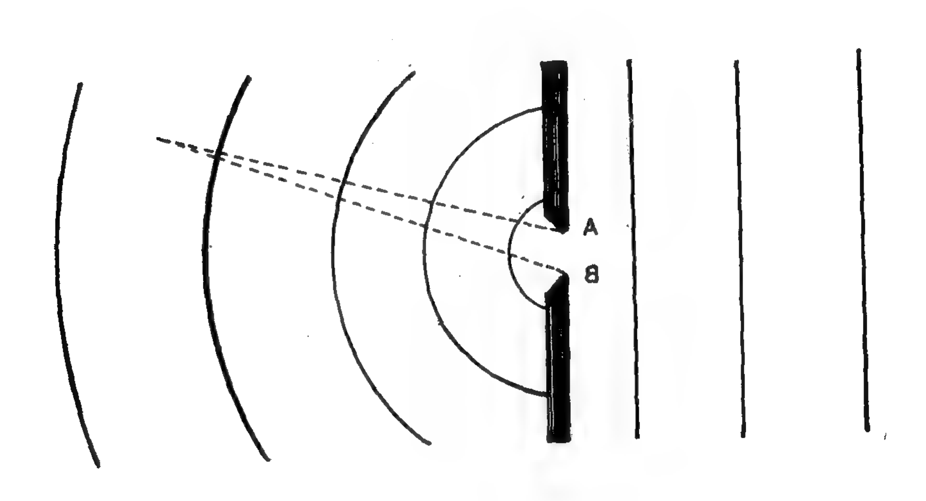
الحيود – Diffraction

4 – 1 الفكرة العامة – General discription

اذا مرشعاع ضوئي خلال شق ضيق ينحاد الشعاع من حافات الشق الى منطقة تسمى بالظل الهندسي.

وعند وضع جسم معتم بين الشاشة ومصدر ضوئي تلاحظ منطقة شبه الظل بين منطقتي الظلام والضياء.

فظاهرة انحناء الضوء عن الحرف المستقيم الحاد لحاجز معتم واقع امام مصدر مضيء تسمى بظاهرة الحيود Diffraction كما في الشكل(4 – 1)وتحدث هذه الظاهرة في الموجات الصوتية والمادية الاخرى ايضاً اضافةً الى الموجات الضوئية .



الشكل(4 – 1) الحيود من حافتي الشق

4 - 2 النظرية الاساسية في الحيود

Fundamenfal Theory in Diffraction

لنفرض U , V هما دالتان قياسيتان تحققان الشروط الاعتيادية للاستمرارية والتكاملية فحسب نظرية Green[1]

$$\iint (V_{grad_n} U - U_{grad_n} V) dA$$

$$= \iiint (V \nabla^2 U - U \nabla^2 V) dV \quad \ldots (1-4)$$

تكامل الطرف الايسر يمتد حول سطح مغلق A والطرف الأيمن هوتكامل يشمل الحجم V ضمن السطح gradn.A يعني المركبات العمودية للانحدار في سطح التكامل وفي حالة خاصة تكون كل من U , V هما دالتين موجيتين تحققان معادلات الموجة المنتظمة وهي :

$$\nabla^2 U = \frac{1}{v^2} \frac{\delta^2 U}{\delta t^2}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{v^2} \frac{\delta^2 V}{\delta t^2}$$

وعندما يكون الزمن للدالتين توافقيا يعتمد على $e^{\pm i\omega t}$ يكون تكامل الحجم في نظرية Green يساوي صفراً

$$\therefore \iint (V_{grad_n} U - U_{grad_n} V) dA = 0 \quad \ldots (2-4)$$

لنفرض V هي دالة موجية :

$$V = V_0 \frac{e^{i(kr + \omega t)}}{r} \quad \ldots (3-4)$$

هذه الدالة الخاصة تمثل موجة كروية تقترب من النقطة P (r = 0) وقد جعلنا الحجم مغلقا بوساطة سطح تكاملي يحتوي على نقطة (P) وبما ان الحجم يصبح مالانهاية في نقطة p ولذلك نستثني تلك النقطة من التكامل (بان نحيطها بحجم كروي صغير جداً نصف قطره ρ وعند طرح التكامل لهذه الكرة صغيرة والتي مركزها P كما في الشكل (4 - 2) نحصل على المعادلة التالية :

$$\iint \left(\frac{e^{ikr}}{r} \, grad_n U - U_{grad_n} \frac{e^{ikr}}{r} \right) dA$$

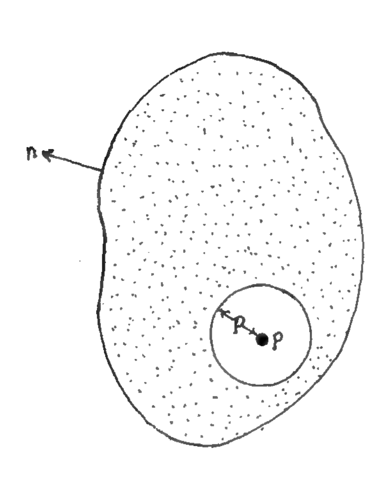
$$-\int\int\left(\frac{e^{ikr}}{r}\frac{\delta U}{\delta r}-U\frac{\delta}{\delta r}\frac{e^{ikr}}{r}\right)_{r=\rho}\rho^2 d\Omega = 0 \qquad \ldots\ldots (4-4)$$

ملاحظة :في هذه الكرة

$$r = \rho$$

$$\text{grad}_n = \frac{\delta}{\delta r}$$

كما في الشكل (4 - 2)



الشكل (4 - 2) سطح التكامل لاثبات نظرية كيرجوف التكاملي

حيث $d\Omega$ هو شريحة الزاوية الصلبة للكرة المتمركزة في P $\rho^2 d\Omega$ هو العنصر المرادف للمساحة والدالة العمومية $V_0 e^{i\omega t}$ تم حذفها من المعادلة.

لنفرض ان $\rho \to 0$ وضمن هذا الشرط فالتكامل الثاني يقترب من قيمة U_p (في نقطة p)وهذا التكامل مع الاشارة تقترب من القيمة التالية :-

$$\int\int U_p\, d\Omega = 4\pi\, U_p \qquad \ldots\ldots\ldots (5-4)$$

وبذلك تصبح المعادلة 4 - 4 كالاتي :-

$$U_p = \frac{1}{4\pi}\int\int\left(U\text{grad}_n\frac{e^{ikr}}{r}-\frac{e^{ikr}}{r}\text{grad}_n U\right)dA \qquad \ldots\ldots\ldots (6-4)$$

نسمي هذه المعادلة بنظرية كيرجوف التكاملية وهي تربط بين قيمة اية دالة موجية قياسية في اية نقطة داخل سطح مغلق مع قيمة دالة الموجة على السطح ......

وعند تطبيق نظرية كيرجوف على الحيود تدعى عندئذ دالة الموجة U بالاضطراب الضوئي وتكون كمية قياسية ولاتمثل المجال الكهرومغناطيسي ومن الممكن ان تعتبر التقريب مقبول بان مربع القيمة المطلقة لU يعتبر كقياس للتألق في نقطة معينة.

يمكن اثبات نظرية Green بوساطة نظرية التباعد (divergence) حيث :-

$$\int\int grad_n \, F dA = \int\int\int \nabla . F dv$$

وذلك بجعل

$$F = U \nabla V - V \nabla U$$

وباستعمال التماثل الموجهي تحصل على :-

$$\nabla (U \nabla V) = U \nabla^2 V + (\nabla U) . (\nabla V).$$

4 - 2 - 1 معادلة- فرينك - كيرجوف :

The Fresnel-Kirchoff Formula

نطبق فرضية كيرجوف التكاملية على ظاهرة الحيود بصورة عامة فالحيود يظهر بوساطة شق او حافة حاجز معتم يفصل بين مصدر مضيء وشاشة او نقطة تسلم كما في الشكل (3 - 4)

لايجاد الاضطراب الضوئي الذي يصل الى نقطة (P) من المصدر (S) . تطبق تكامل كيرجوف باختيار سطح تكاملي يغطي نقطة (P) ويحتوي على الشق المستعمل للحيود كجزء منه كما في الشكل (4 - 3) وهنا تظهر فرضيتان اساسيتان وهما :-

١ - تعتبر دالة الموجة U وانحدارها كميات مهملة للتكامل ماعدا قيمتيها عند الشق نفسها .

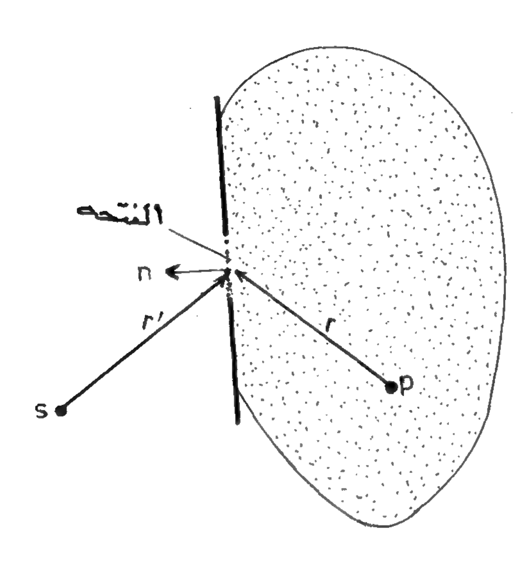
٢ - قيم U وانحدار U في الشق هي نفسها في حالة عدم وجود الحاجز .

ولو أن أهمية هاتين الفرضيتين فتحت مجالاً لمناقشات عديدة الا أن نتائجها بصورة عامة مطابقة مع الملاحظات التجريبية . لنفرض (r′) يمثل بعد نقطة على الفتحة عن المصدر (s) فالدالة الموجية في الفتحة هي :-

$$U = U_0 \frac{e^{i(kr' - \omega t)}}{r'} \qquad (7 - 4)$$

التي تمثل موجات كروية أحادية اللون تنتشر من (s) فتصبح فرضية كيرجوف التكاملي بالشكل :-

$$U_p = \frac{u_0 e^{-i\omega t}}{4\pi} \iint \left(\frac{e^{ikr}}{r} \, grad_n \, \frac{e^{ikr'}}{r'} - \frac{e^{ikr'}}{r'} \, grad_n \, \frac{e^{ikr}}{r} \right) dA \quad \ldots (8-4)$$



الشكل (4 - 3) مخطط لمعادلة فرنيل -كيرجوف

حيث يمتد التكامل حول كل الفتحة وتوضح العمليات المشارة في التكامل كالاتي :

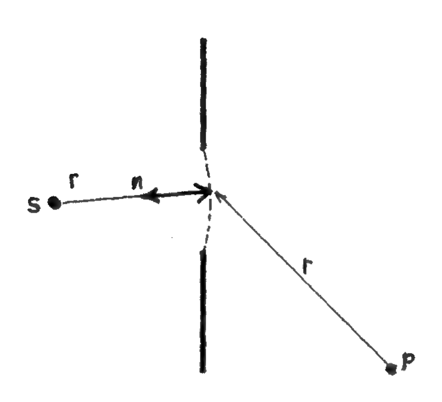
$$grad_n \frac{e^{ikr}}{r} = \cos(n,r) \frac{\delta}{\delta r} \cdot \frac{e^{ikr}}{r} = \cos(n,r) \left(\frac{ike^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r^2} \right) \ldots (9-4)$$

$$grad_n \frac{e^{ikr'}}{r'} = \cos(n,r') \frac{\delta}{\delta r'} \cdot \frac{e^{ikr'}}{r'} = \cos(n,r') \left(\frac{ike^{ikr'}}{r'} - \frac{e^{ikr'}}{r'^2} \right) \ldots (10-4)$$

حيث (n,r') . (n,r) الى الزوايا الواقعة بين الموجهات والاعمدة على سطح التكامل. في المعادلتين السابقتين هي الجزء الثاني داخل الاقواس هي صغيرة جداً بالنسبة للجزء في المعادلتين حيث ان r'.r اكبر بكثير من طول الموجة للاشعاع لأن $k = \frac{2\pi}{v}$ اذن معادلة (8-4) تصبح كالآتي :-

$$U_p = \frac{ikU_0 e^{-i\omega t}}{4\pi} \iint \frac{e^{ik(r+r')}}{rr'} \left[\cos(n,r) - \cos(n,r') \right] dA \quad \ldots (11-4)$$

وهذه المعادلة تسمى بمعادلة فرنيل -كيرجوف وهي صيغة رياضية لقاعدة هويكن وتظهر هذه القاعدة بوضوح عند تطبيق المعادلة على شق دائري مع مصدر ضوئي متناسق كما في الشكل (4 - 4) فسطح التكامل يكون كروي الشكل محدداً بفتحة الشق



الشكل (4 - 4) يبين كيف ان قاعدة هويكن تخضع لـ . كيرجوف التكاملية

في هذه الحالة المسافة (r′) ثابتة و $\cos(n,r') = -1$, تصبح معادلة كيرجوف - فرنيل كالآتي :-

$$U_p = -\frac{ik}{4\pi}\iint \frac{U_A e^{i(kr-\omega t)}}{r}\left[\cos(n,r) + 1\right] dA \quad \text{..........} (12\text{–}4)$$

حيث

$$U_A = \frac{U_0 e^{ikr'}}{r'}$$

فالمعادلة (4 - 12) توضح بأن U_A عبارة عن سعة معقدة للموجة الساقطة البدائية في الفتحة وفي كل من هذه الموجات البدائية كل جزء dA من الفتحة تبعث موجات كروية ثانوية تمثل :-

$$\frac{U_A e^{i(kr-\omega t)}}{r} dA$$

فالاضطراب الضوئي في نقطة (p) نحصل عليها من جمع الموجات الثانوية من كل جزء حيث يجب ان نأخذ بنظر الاعتبار أثناء الجمع عامل $\cos(n,r) - \cos(n,r')$ بأنه عامل الميل obliquity وعندما يكون :-

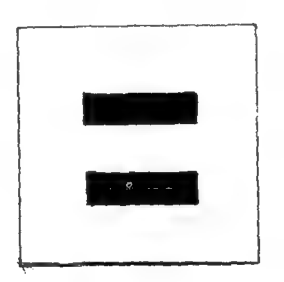
$$\cos(n,r') = -1$$

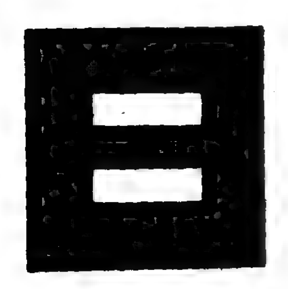
لمعامل الميل يساوي صفرا وهذا يفسر سبب عدم ظهور موجات راجعة للخلف حيث ان انتشار جبهات الموجات تتراوح حسب قاعدة هويكن ووجود العامل($-i$)يعني بان الموجات الحائدة قد عانت تغيراً في الطور قدره ($90°$) بالنسبة للموجات الساقطة البدائية

4 - 2 - 2 شقوق متتامة وقاعدة بابينت

Complementary Apertures, Babinet's principle

لنفرض فتحة الحيود (A) التي تحدث اضطراباً ضوئياً معيناً U_p في نقطة معينة (P) ولنفرض الفتحة انقسمت الى جزئين A_2,A_1 بحيث ان $A = A_1 + A_2$ فهاتان الفتحتان A_2,A_1 تسميان بفتحتين متتامتين كما في الشكل (4- 5)





الشكل (4 - 5) الفتحات المتتامة

فحسب معادلة فرينل – كيرجوف

$$U_p = U_{1p} + U_{2p} \qquad .... (13\text{-}4)$$

حيث U_{1p} هو الاضطراب الضوئي في نقطة (P) ناتج من الفتحة (A_1) وحدها و (P) هو الاضطراب الضوئي الناتج من الفتحة A_2 وحدها فالمعادلة في أعلاه هي صورة من صور قاعدة بابيتت. وهذه القاعدة مفيدة في حالات معينة خاصة عندما

$$U_p = 0$$
$$\therefore U_{1p} = -U_{2p}.$$

فالفتحات المتتامة في هذه الحالة تحمل إضطرابات ضوئية متشابهة ما عدا اختلافهما في الطور لـ°180 فالشدة في (p) تساوي مربع الاضطراب الضوئي ولذلك فهي نفسها للفتحتين . وهكذا في حالة حزمة ضوئية متجمعة تتماد منتشرةً من جسيمات كروية

فالشرط $U_p = 0$ يقيد هذه النقاط لا تقع على استقامة الشعاع والفتحة تُحدَّد بحجم الشعاع نفسه . ولذلك فحسب قاعدة بابيتت تظهر نفس نماذج الحيود عندما ينتشر الشعاع بوساطة شاشة تحتوي على ثقوب دائرية صغيرة أو عدد كبير من ثقوب متساوية السعة ومرتبة بصورة منتظمة كجسيمات الضباب .

3 – 4 حيود فرانهوفر وحيود فرنيل

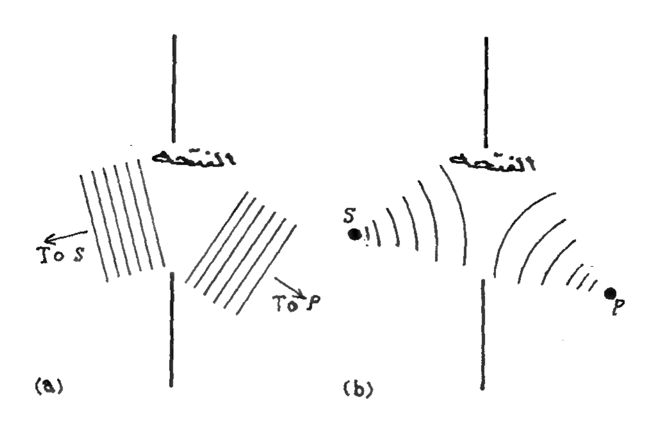
Fraunhofer and Fresnel's diffraction

تكون ظاهرة الحيود على نوعين :–

١ً – حيود فرانهوفر

٢ – حيود فرينل

فالنوع الاول يحدث عندما تكون جبهات الموجات الساقطة والحائدة مستوية وذلك لكون المسافة من المصدر الى فتحة الحيود ومن هذه الفتحة الى الشاشة واسعة بحيث يمكن اهمال تقعر الموجات الساقطة والحائدة كما في الشكل (4 – 6 – a) وعندما يقترب المصدر أو الشاشة من فتحة الحيود بحيث يكون تقعر جبهات الموجة واضحة فتسمى بظاهرة حيود فرينل ، كما في الشكل (4 – 6 – b)



ويمكن التمييز بين النوعين من الشكل (4 – 7) حيث يظهر في الشكل الخطوط العامة لظاهرة الحيود

فلنفرض أن نقطة (p) تقع على مسافة (d) من السطح الذي يقع عليه شق الحيود والمصدر (s) على مسافة (d′) من هذا السطح . ولنفرض ان إحدى حافات الشق تبعد عن (p) مسافة عمودية قدرها (h) وعن (s) مسافة عمودية قدرها (h′) كما في الشكل (4–7) ولنفرض أن سعة الشق تساوي (δ) إذن فمقدار التغيير (Δ) في المسافة بين النقطة (s) والنقطة (p) هي بين حافات الشق العليا والسفلى ($r + r'$) هي كالآتي :–

$$\Delta = \sqrt{d'^2 + (h' + \delta)^2} + \sqrt{d^2 + (h + \delta)^2} - \sqrt{d'^2 + h'^2} - \sqrt{d^2 + h^2}$$

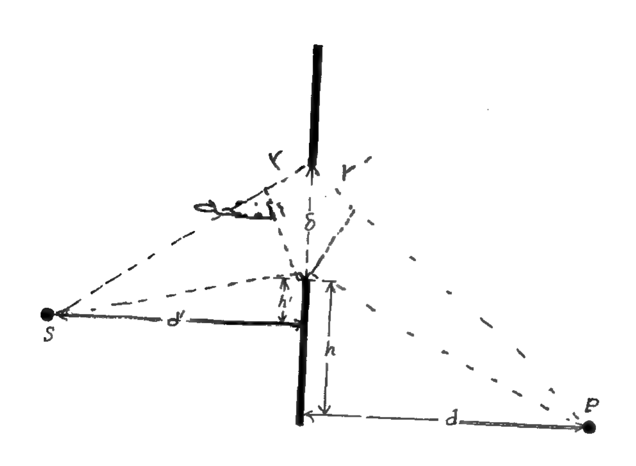
$$= \left(\frac{h'}{d'} + \frac{h}{d}\right)\delta + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d'} + \frac{1}{d}\right)\delta^2 + \quad \text{............ (14–4)}$$

ويعتبر الجزء الثاني من المعادلة السابقة $\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{d'} + \frac{1}{d}\right)\delta^2\right]$ مقياس لتقعر جبهة الموجة ولهذا تعتبر الموجة مستوية عندما يكون هذا الجزء صغيراً جداً بالمقابلة مع طول الموجة لهذا المصدر الضوئي أي أنه :–

عندما

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{d'}+\frac{1}{d}\right)\delta^{2} << \lambda \qquad \text{............ (15-4)}$$

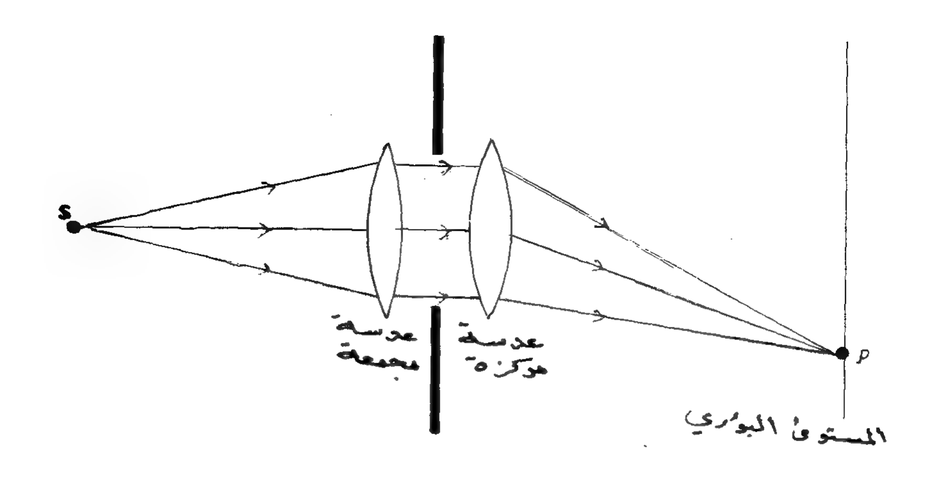
وهذه من خصائص حيود فرانهوفر وعند عدم توفر هذا الشرط لتقعر جبهة الموجة تصبح الظاهرة ظاهرة حيود فرينل . ونفس الاعتبارات تطبق في حالة الحيود من حافة جسم حاد (معتم) .



الشكل 4 - 7 يبين كيفية التمييز بين حيود فرانهوفر وحيود فرنيل

4 - 4 نماذج حيود فرانهوفر Fraunhofer diffraction patterns

الطريقة المعتادة لملاحظة ظاهرة حيود فرانهوفر مُبينة في الشكـــل (8-4)



الشكل (4 8) يبين كيفية الحصول على ظاهرة حيود فرانهوفر.

فالفتحة المبينة في الشكل مضاءة بصورة متجانسة بوساطة مصدر أُحادي اللون وعدسة لامة. والعدسة الثانية واقعة خلف الفتحة. فجبهات الموجات الساقطة والحائدة هي مستوية وتظهر حيود فرانهوفر بوضوح.

عند تطبيق معادلة كيرجوف - فرينل أي معادلة (4 - 11) في حسابات نماذج الحيود. نأخذ بنظر الاعتبار بعض الاحتمالات التقريبية وهي :-

(١) الانتشار الزاوي للضوء الحائد يكون صغيراً بحيث يصبح عامل الميل [cos (n.r - cos (n.r)] ثابتاً ويمكن إخراجه خارج التكامل.

(٢) الكمية $\frac{e^{ikr'}}{r'}$ تقريباً ثابتة ويمكن إخراجها خارج التكامل.

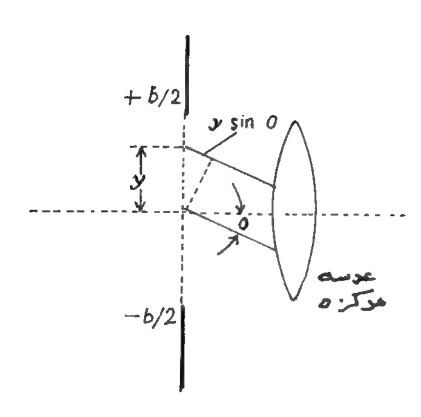
(٣) تغير العامل المتبقي $\frac{e^{ikr}}{r}$ حول الفتحة ناتج عادة من الجزء الأسي. ولذلك فالعامل $\frac{1}{r}$ يمكن تعويضه بمعدل قيمته واخراجه خارج التكامل وبذلك تصبح معادلة كيرجوف - فرنيل كالاتي :-

$$U_p = C \int\int e^{ikr}\, dA \qquad ......(16 - 4)$$

حيث تم تعويض بدل كل العوامل الثابتة بالثابت (c) فالمعادلة المذكورة في أعلاه تبين بأن توزيع الضوء الحائد يحصل بتكامل عامل الطور e^{ikr} حول مساحة الفتحة .

4 – 4 – 1 – الحيود من شق منفرد : The Single Slit

ظاهرة الحيود من شق منفرد ضيق تعالج كمسألة أُحادية البعد لنفرض أن طول الشق = L وسعته (عرضه) = b فجزء المساحة تساوي $dA = Ldy$ كما في الشكل (4 – 9)



الشكل (4 - 9) يبين التغيرات لحيود فراونهوفر من شق منفرد

وبذلك يمكن أن تعبر عن (r) بالمعادلة التالية :–

$$r = r_0 + y\sin\theta \qquad \text{.......... (17-4)}$$

حيث r_0 هي قيمة r عندما $y = 0$، θ هي الزاوية المبينة في الشكل أعلاه . فالمعادلة (16-4) تصبح كالآتي :–

$$U = C\, e^{ikr_0} L \frac{\sin\left(\frac{1}{2} kb\sin\theta\right)}{k\sin\theta} = C'\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right) \qquad \text{.......... (18-4)}$$

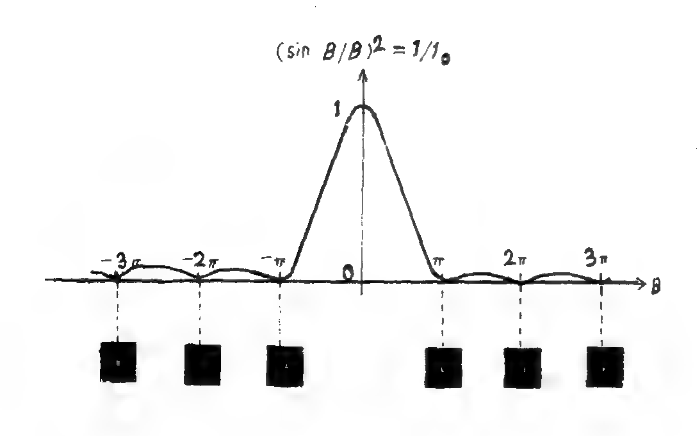
حيث $C' = e^{ikro} . CbL \quad , \beta = \frac{1}{2} kb \sin\theta$

وهكذا $\left(\frac{\sin\beta}{\beta} \right) C'$ هي السعة الكلية للضوء الحائد بإتجاه معين معرّف بـ β
وهذا الضوء يلم او يمر كز بوساطة عدسة ثانية ومقدار التألق المنتشر في المستوى البؤري يعبر عنه بالمعادلة التالية : —

$$I = |U|^2 = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta} \right)^2 \quad ...... (19\text{–}4)$$

حيث $I_0 = |CLb|^2$ وهو مقدار التألــق الحادث عنـــدمـــا $\theta = 0$.

ويصبح هذا المقدار صفراً عندما $\beta = \pm \pi, \pm 2\pi ....$ والنهاية العظمى الثانوية للقيم المتناقصة بسرعة تظهر بين هذه القيم الصفرية . وهكذا فنموذج الحيود في المستوى البؤري يحتوي على حزمة براقة مركزية وفي كلا الطرفين هنالك حزمة مختلفة مضيئة ومظلمة كما في الشكل (10–4) .



الشكل (4 10) يبين نموذج حيود فرانهوفر من الشق المنفرد

وفي الجدول 1 نلاحظ قيم I النسبية لثلاث نهايات العظمى ، الثانوية ، الاولى .

جدول – ١ –

القيم النسبية للنهايات العظمى لنماذج الحيود لفتحات مستطيلة ودائرية

الفتحة الدائرية	الفتحة المستطيلة	الملاحظات
1	1	النهاية العظمى المركزية
0. 0174	0. 0496	النهاية العظمى الأولى
0. 0042	0. 0168	النهاية العظمى الثانية
0. 0016	0. 0083	النهاية العظمى الثالثة

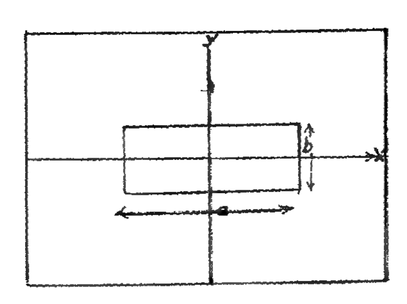
والنهاية الصغرى الأولى حيث $\beta = \pi$ تكون عندما : –

$$\sin \theta = \frac{2\pi}{kb} = \frac{\lambda}{b} \qquad \text{........... (20 – 4)}$$

وهكذا لطول موجة معينة يتغير العرض الزاوي لنماذج الحيود تغيرا عكسيا مع عرض الشق . وسعة النهاية العظمى المركزية تتناسب مع مساحة الشق فالنموذج يكون مظلماً لشق ضيق جدا ولكنه واسع
وكلما زاد عرض الشق يتقلص النموذج ويصبح اكثر لمعانا .

4 – 4 – 2 الحيود من الفتحة المستطيلة The Rectangular Aperture

تعالج ظاهرة الحيود من فتحة منفردة مستطيلة الشكل بنفس الطريقة التي عولجت فيها الشق المنفرد . ماعدا استعمال التكامل ببعدين لـ x و y كما في الشكل (4-11)



الشكل 4 – 11يبين شق مستطيل

وانتشارمقد ارالتألق يعتمد على حاصل ضرب د التين للانتشارفي الشق المنفرأي أن :–

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \qquad \text{.......... (21-4)}$$

حيث

$$\alpha = \frac{1}{2} ka \sin \phi$$

$$\beta = \frac{1}{2} kb \sin \theta$$

وأبعاد الشق هما a و b والزاويتان θ, ϕ هما زوايا الاشعة الحائدة فالنموذج الناتج للحيود كما في الشكل (4-12) له خطوط ذات شدة تألق تساوي صفر

حيث

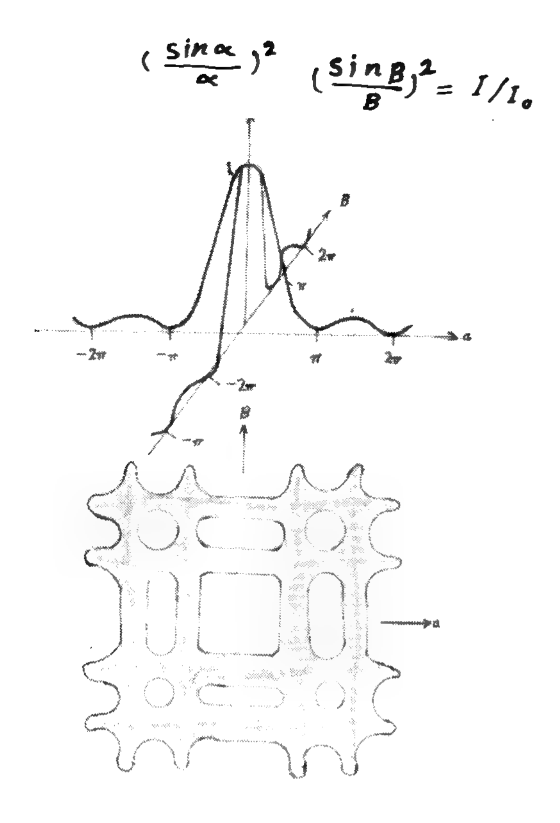
$$\alpha = \pm \pi, \pm 2\pi$$

و ....

$$\beta = \pm \pi, \pm 2\pi$$

وكما في حالة الشق المنفرد فمقياس نموذج الحيود يتناسب عكسيا مع مقياس الشق أو الفتحة .

$$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 = \frac{1}{I_0}$$



الشكل (4 - 12) : نموذج حيود فرانهوفر لفتحة مستطيلة .

4 - 4 - 3 الحيود من فتحة دائرية The Circular Aperture

لحساب نموذج الحيود من الفتحة الدائرية نختار محور (y) كمتغير للتكامل كما في حالة الشق المنفرد .

ولنفرض ان R هو نصف قطر الفتحة فوحدة المساحة تؤخذ كشريط عرضها dy وطولها $2\sqrt{R^2 - d^2}$ كما في الشكل (4-13)

فسعة التوزيع لنموذج الحيود في الفتحة الدائرية تساوي : —

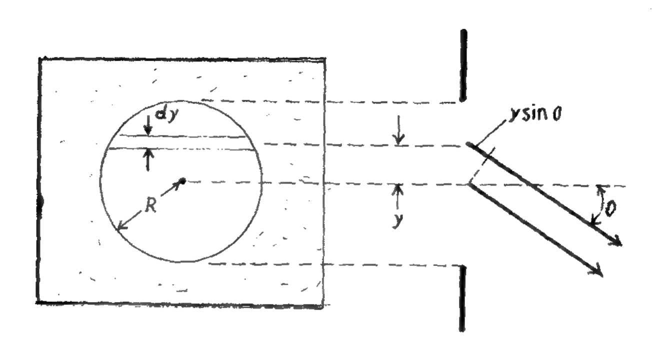
$$U = C\, e^{ikr_0} \int_{-R}^{+R} e^{iky\sin\theta} \cdot 2\sqrt{R^2 - y^2}\; dy \qquad \text{.......... (22 – 4)}$$

لنفرض

$$P = kR\sin\theta \;,\; u = \frac{y}{R}$$

فالتكامل فى المعادلة (4-22) تصبح : -

$$\int_{-1}^{+1} e^{i\rho u} \cdot \sqrt{1 - u^2} \; du \qquad \text{.......... (23-4)}$$



الشكل(4 13)الفتحة الدائرية

ويعتبر هذا التكامل قياسي له قيمة $\pi J_1(\rho)/\rho$ حيث J_1 هي دالة Bessel من النوع الأول والمرتبة الأولى وتؤو ل النسبة : -

$$\frac{J_1(\rho)}{\rho} \xrightarrow[\rho \to 0]{\text{عندما}} \frac{1}{2}$$

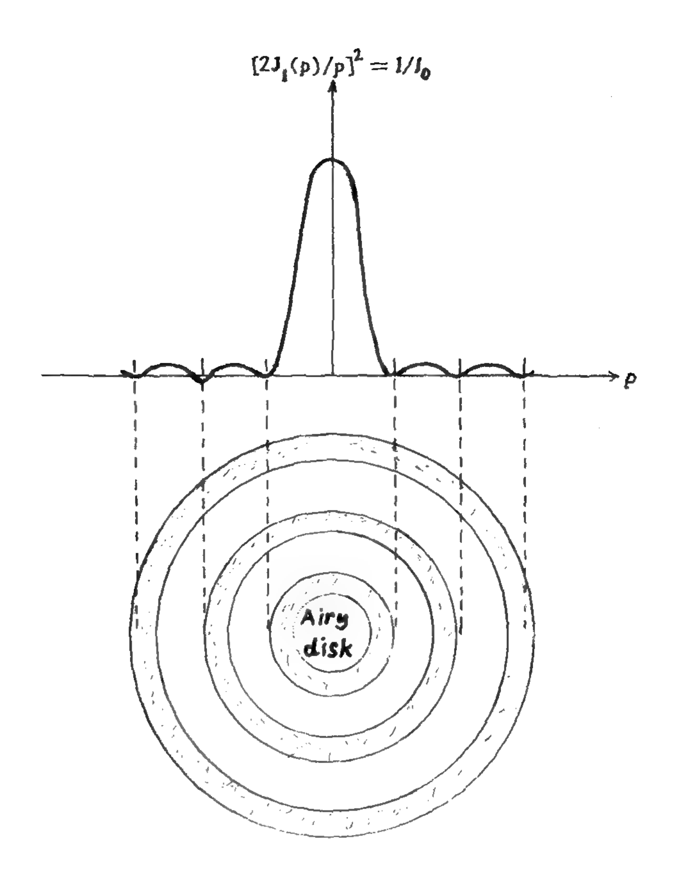
فمقدار انتشار او توزيع التألق يساوي :

$$I = I_0 \left[\frac{2 J_1(\rho)}{P} \right]^2 \qquad \text{........... (24-4)}$$

حيث $I_0 = (C \pi R^2)^2$ وهي الشدة عندما $\theta = 0$

في الشكل (4-14) نلاحظ منحنى دالة الشدة .

نموذج الحيود متناسق دائريا ويحتوي على قرص مركزي براق محاط بحزم دائرية متمركزة متلاشية الشدة بالتدريج . فالمساحة المركزية البراقة تسمى بقرص Airy ويمتد الى



شكل (4 14) نموذج الحيود لفرانهوفر من فتحة دائرية

الحلقة المظلمة الأولى التي حجمها تساوي قيمة الصفر الأولى لدالة (بسل) Bessel وذلك عندما تكون P = 3.832 فنصف قطر الزاوي للحلقة المظلمة الأولى يساوي :-

$$\sin \theta = \frac{3.832}{kR} = \frac{1.22\,\lambda}{D} = \theta \quad \text{........ (25-4)}$$

وهذه المعادلة تستعمل لقيم صغيرة لـ θ حيث D = 2R وهو قطر الفتحة فالحجم الزاوي لقرص Airy اكبر قليلا من قيمة $\frac{\lambda}{b}$ للحزمة البراقة المركزية لنموذج الحيود للفتحة المستطيلة أو شق .

4 – 4 – 4 الحيود من الشق الثنائي : The Double Slit

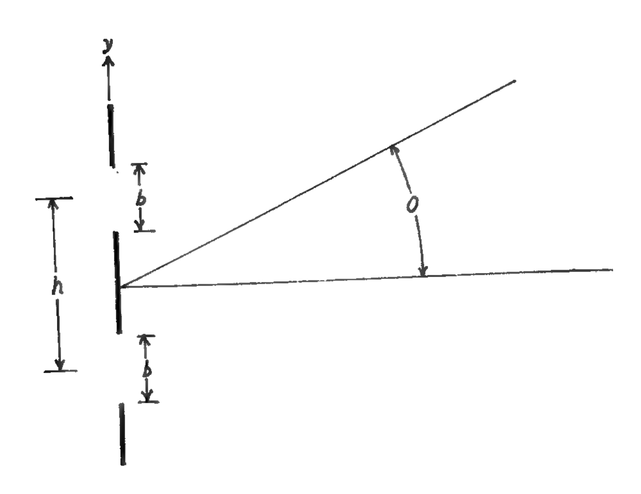
لنفترض فتحة حيود تحتوي على شقين متوازيين عرض كل منهما = b والمسافة بينهما تساوي (h) كما في الشكل (4-15) فتكامل الحيود المرافق يمكن ايجاده كما يلي : –

$$\int e^{iky\sin\theta}\, dy = \int_0^b e^{iky\sin\theta}\, dy + \int_h^{h+b} e^{iky\sin\theta}\, dy$$

$$= \frac{1}{ik\sin\theta}\left(e^{ikb\sin\theta} - 1 + e^{ik(h+b)\sin\theta} - e^{ikh\sin\theta} \right)$$

$$= \left(\frac{e^{ikb\sin\theta} - 1}{ik\sin\theta} \right)\left(1 + e^{ikh\sin\theta} \right)$$

$$= 2b\, e^{i\beta} . e^{i\gamma} \frac{\sin\beta}{\beta} \cos\gamma \qquad \text{.......... (26 – 4)}$$



الشكل (4 – 15) : يبين ظاهرة الحيود من فتحة ثنائية الشق

حيث

$$\beta = \frac{1}{2} \text{kb} \sin \theta$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \text{kh} \sin \theta$$

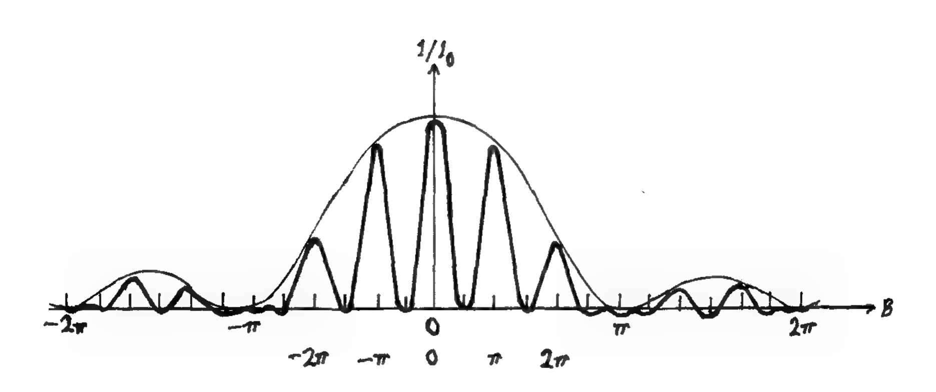
فدالة التوزيع للتألق الناتج هي : -

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 . \cos^2 \gamma \qquad \text{.......... (27–4)}$$

والعامل $\left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$ سبق أن عُرِّف بدالة التوزيع للشق المنفرد وهذه الدالة تشكل اطارا لأهداب التداخل المحدد بالحد $\cos^2\gamma$

ففي الشكل (16–4) تظهر أهداب براقة عندما

$$\gamma = 0, \pm \pi, \pm 2\pi \qquad ......$$



الشكل (4 - 16) نموذج حيود فرانهوفر من فتحة ثنائية الشق

والفاصلة الزاوية بين الاهداب هي : –

$$\Delta \gamma = \pi$$

أو تقريبا بدلالة الزاوية (θ) حيث : –

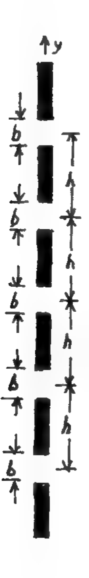
$$\Delta \theta = \frac{2\pi}{k\,h} = \frac{\lambda}{h} \qquad \ldots(28\text{-}4)$$

وهذه النتيجة هي نفسها في تجربة young

4 – 4 – 5 الحيود من حاجز ذي عدة شقوق – محزز الحيود

Mulfiple Slit; Diffraction Gratings

لنفرض أن فتحة تحتوي على محزز أي عدد كبير (N) من شقوق متوازية ومتماثلة عرض كل منها = b والمسافة بين كل شقين متجاورين = h كما في الشكل (4-17)



الشكل (4 – 17) يبين فتحة ذات عدة شقوق أو محزز الحيود .

فالتكامل للحيود في هذه الحالة تشتق بنفس الطريقة المستعملة لفتحة ذات شقين وهي :-

$$\int_A e^{iky\sin\theta}\,dy = \int_0^b + \int_h^{h+b} + \int_{2h}^{2h+b} + \ldots\ldots + \ldots\ldots$$

$$+ \int_{(N-1)h}^{(N-1)h+b} e^{iky\sin\theta}\,dy$$

$$= \frac{e^{ikb\sin\theta} - 1}{ik\sin\theta}\left[1 + e^{ikh\sin\theta} + \ldots + e^{ik(N-1)h\sin\theta}\right]$$

$$= \frac{e^{ikb\sin\theta} - 1}{ik\sin\theta} \cdot \frac{1 - e^{ikNh\sin\theta}}{1 - e^{ikh\sin\theta}}$$

$$= b\,e^{i\beta} \cdot e^{i(N-1)\gamma} \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}\right) \qquad \ldots (29\text{-}4)$$

حيث

$$\beta = \frac{1}{2} kb\sin\theta$$

$$\gamma = \frac{1}{2} kh\sin\theta$$

وهذا يقود الى عامل شدة التوزيع التالي :-

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \left(\frac{\sin N\gamma}{N\sin\gamma}\right)^2 \qquad \ldots (30\text{-}4)$$

وقد دخل العامل N في المعادلة لتوازن التعبير ولذا فإن $I = I_0$ عندما $\theta = 0$

ويظهر عامل الشق المنفرد $(\sin\beta/\beta)^2$ كأطار لنموذج الحيود . والنهاية العظمى الاساسية تحدث ضمن الاطار التالي :

π

$$\gamma = n\pi, \qquad n = 0, 1, 2$$

$$n\lambda = h\sin\theta \qquad \ldots (31\text{-}4)$$

وهي معادلة المحزز التي تبين العلاقة بين طول الموجة وزاوية الحيود و n يرمز الى مرتبة الحيود .

والنهاية العظمى الثانوية تحدث عندما :-

$$\gamma = 3\pi / 2N , 5\pi / 2N$$

والنهاية الصغرى أو الصفر تحدث عندما :-

$$\gamma = \pi / N , 2\pi / N , 3\pi / N$$

وفي الشكل (4 – 18 a) يبين منحني لحيود فرانهوفر من فتحة ذات عدة شقوق لضوء احادي اللون .

وعندما تكون الشقوق ضيقة جداً فان : $\frac{\sin\beta}{\beta} \approx 1$

والنهايات العظمى القليلة الاولى لها تقريباً نفس القيم لـ I_0 .

4 – 4 – 6 القدرة التحليلية للمحزز Resolving Power of Grating

العرض الزاوي للهدبة الاساسية هي الفاصلة بين القمة والنهاية الصغرى التي تليها ويمكن ايجادها عندما $\Delta N \gamma = \pi$

أو

$$\Delta \gamma = \frac{\pi}{N} = \frac{1}{2} kh \cos\theta . \Delta\theta$$

او

$$\Delta\theta = \frac{\gamma}{Nh \cos\theta} \qquad \ldots (4 - 32)$$

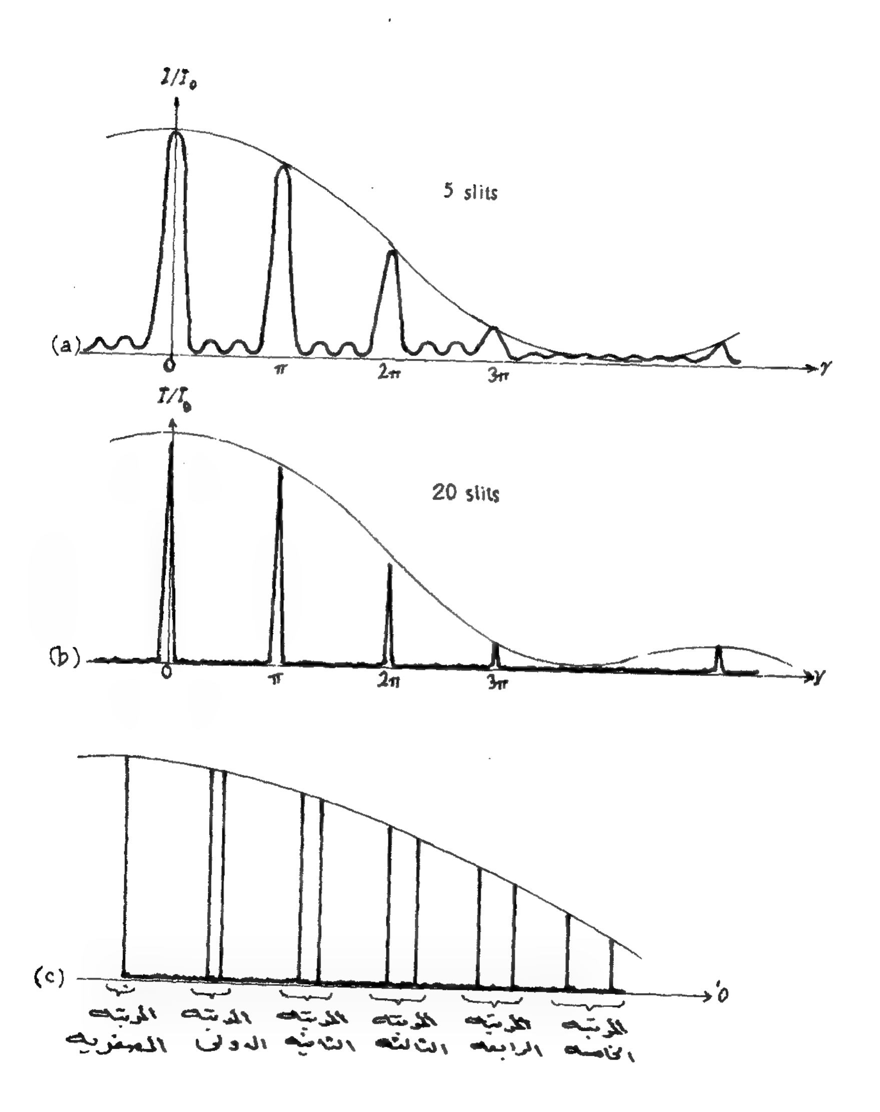
وهكذا لو كان N عدداً كبيراً جداً فإن $\Delta\theta$ تصبح صغيرة جداً ونموذج الحيود يحتوي على سلسلة من الاهداب حادة لمراتب مختلفة أي أن :-

$$n = 0 , \pm 1 , \pm 2, \pm 3$$

كما في الشكل [4 – 18b – 18c]

وبعبارة أخرى لمرتبة معينة فإن العلاقة بين θ , λ توضحها المعادلة (4 – 31) وبعد تفاضلها تصبح :-

$$\Delta\theta = \frac{n . \Delta\lambda}{h \cos\theta} \qquad \ldots (4 - 33)$$



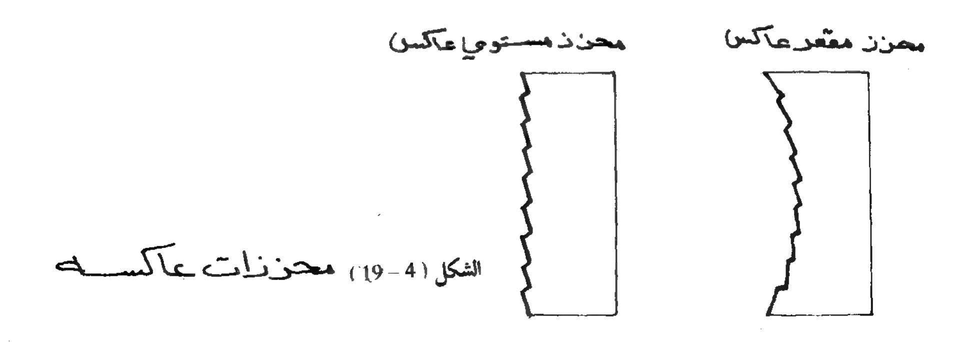
شكل (4 – 18) يبين نموذج حيود فرانهوفر لفتحة ذات عدة شقوق . المنحنيات (b , a) هما للضوء الاحادي اللون والمنحني (c) يبين نموذج لمحزز ذي خطوط مضاءة مع طولين موجيين مختلفين .

وهذه هي الفاصلة الزاوية بين خطين طيفيين يختلفان في طول الموجة بالمقدار λ ومن المعادلتين (4 – 32) , (4 – 33) نحصل على القدرة التحليلية لمحزز المطياف حسب مقياس Rayleigh أي أن :–

$$R.P = \frac{\lambda}{\nabla\lambda} = Nn \qquad \text{......}(34 - 4)$$

إذن القدرة التحليلية للمحزز تساوي عدد الحزوز (N) مضروبة بمرتبة الحيود (n) . فمحززات الحيود المستعملة للاطياف الضوئية تصنع بتخطيط عدد كبير من الحزوز على سطوح شفافة نافذة أو سطوح معدنية عاكسة .

فإذا كان في نوع من المحززات 600 خط / ملم على صفيحة شفافة طولها (10) سنتمترات ، أي أن العدد الكلي للحزوز أو الخطوط على هذه الصفيحة تساوي 60000 خط فتكون القدرة التحليلية لهذا المحزز تساوي 60000n حيث (n) مرتبة الحيود المستعمل وعملياً في أحسن المحززات تصبح قدرة التحليل 90٪ من القيمة النظرية لهذه القدرة والتي تساوي (N_n كما سبق في المعادلة (4 – 34). إذا كانت الحزوز لها أشكال منتظمة فتظهر الأشعة الحائدة في مرتبة واحدة وبذلك تزداد كفاءة المحزز . ومن المتطلبات الاساسية لزيادة كفاءة المحزز هي جعل المسافات بين الحزوز متساوية وفي حدود طول الموجة المستعملة بالاضافة الى الصلادة الميكانيكية لآلة التخطيط ويمكن إستنساخ المحززات بصورة جيدة ومطابقة للمحزز الاصلي على قطع بلاستيك أو زجاجي لا تكلف كثيراً بالقياس مع كلفة المحزز الاصلي . واكثر المحززات المستعملة في أجهزة قياس الطيف في المختبرات هي من نوع المحززات العاكسة وهي تكون إما مستوية أو مقعرة السطح كما في الشكل (4 – 19) والمحززات المستوية تحتاج الى إستعمال عدسات لأمة أو مرايا لجمع وتركيز الاشعة الحائدة بينما المحززات المقعرة يمكن أن تجمع وتركز وكذلك تفرق عند حاجة الضوء الحائد الى أطيافه .



الشكل (4 – 19) محززات عاكسة

4 – 5 نماذج حيود فرينل
Fresnel Diffraction Pattern

تبعاً للمقياس الذي تمت مناقشته في البند (4 – 3) تصبح ظاهرة الحيود من نوع فرنيل عندما يقترب أيٌ من المصدر أو الشاشة أوكلاهما من فتحة الحيود بحيث تصبح تقعرات مقدمات الموجة متميزة وواضحة وهذه الظاهرة رياضياً التعامل معها أصعب من ظاهرة حيود فرانهوفر ولكن أسهل للملاحظ عملياً لأن كل مايحتاجه الملاحظ لرؤية هذه الظاهرة في المختبر هو مصدرضوئي وشاشة وفتحة حيود دون الحاجة الى عدسات وتظهر الاهداب بصورة واضحة حول مناطق الظلال وهي أهداب حيود فرنيـــــل .

4 – 5 – 1 : مناطق فرنيل Fresnel Zones

لنفرض أن فتحة مستوية أُضيئت بمصدر نقطي (S) كما في الشكل (4 – 20) ولنفرض أن خطاً مستقيماً يمر من (S) ويصل الى (P) وعمودياً على مستوى الفتحـــة . لنفرض أن (0) نقطة تقاطع الخط (SP) مع مستوى الفتحة وأن R هي المسافة 0Q حيث (Q) نقطة على الفتحة

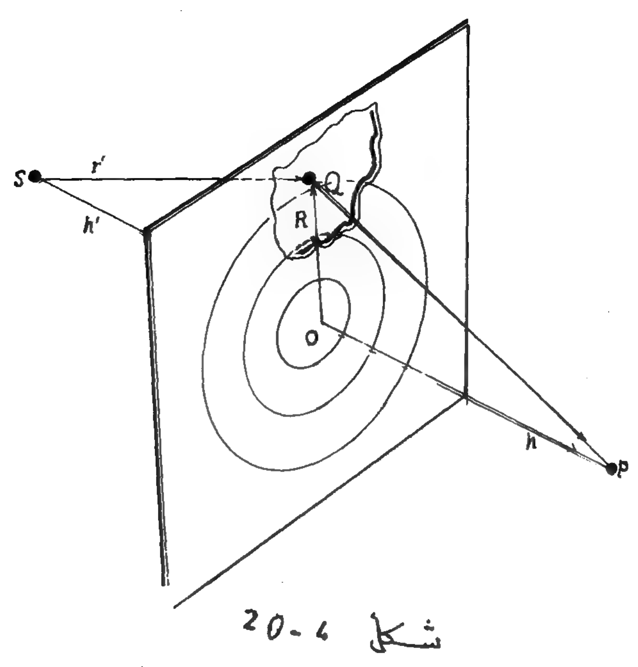
$$\therefore PQS = r' + r = (h^2 + R^2)^{1/2} + (R^2 + h'^2)^{1/2}$$

$$= h + h' + \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h} \right) + \cdots\cdots \qquad \ldots (35 - 4)$$

حيث h', h هما المسافتان os , op على التوالي ولنفرض أن الفتحة إنقسمت الى مناطق محاطة بدوائر متمركزة بحيث أن R ثابت والمقدار ($r + r'$) يختلف من منطقة الى أخرى بمقدار نصف طول الموجة ، تسمى هذه المناطق بمناطق فرنيل ، من المعادلة (4 – 35) فأنصاف الاقطار الفعالة لهذه المناطق هي

$$R_1 = \sqrt{\lambda L}$$

$$R_2 = \sqrt{2\lambda L}$$



شكل 4-20

مناطق فرنيل في حاجز مستوي

$$R_n = \sqrt{n \lambda L}$$

حيث λ هو طول الموجة و

$$L = \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} \right)^{-1} \quad \dots (36-4)$$

اذا كانت R_n ، R_{n+1} هماأنصاف أقطار داخلية وخارجية لمنطقة من مرتبة (n) فإن مساحة هذه المنطقة تساوي

$$\pi R_{n+1}^2 - \pi R_n^2 = \pi ((n+1)\lambda L - n\lambda L) = \pi \lambda L = \pi R_1^2$$

وهي لا تعتمد على (n) .

إذن فمساحات المناطق الكاملة تكون جميعها متساوية فيما بينها وأنصاف أقطار مناطق فرنيل ذات مراتب قليلة هي صغيرة جداً . مثلاً عندما

$$h = h' = 50 \text{ cm}$$

$$\lambda = 600 \text{ n m.}$$

$$\therefore R_1 = (\lambda L)^{1/2} = 0.4 \text{ mm}$$

وبما أن R_n يتناسب مع $n^{1/2}$ ، نلاحظ بأن نصف قطر المنطقة من مرتبة المائة أي (n = 100) يساوي حوالي 4 ملمترات .

فالاضطراب الضوئي في (p) يمكن إستنتاجه بإشتراك مناطق فرنيل المختلفة U_1 , U_2 , U_3 ولكن الطور بين منطقة والتي تليها متغير بمقدار 180° من منطقة لأخرى .

إذن مجموع السعة للمناطق المشتركة يساوي :–

$$|U_p = |U_1| - |U_2| + |U_3| - \cdots \qquad \ldots (37-4)$$

لنفرض مثلاً في حالة الفتحة الدائرية المتمركزة في (0) . إذا كانت الفتحة تحتوي على (n) من المناطق الكاملة ، وبما أن المساحات متساوية فالاضطراب الضوئي (U) للجميع يكون نفسه تقريباً وبذلك يصبح المجموع تقريباً صفر . إذا كان (n) عدداً زوجياً ويساوي تقريباً قيمة(U_1)فقط إذا كان n عدداً فردياً .

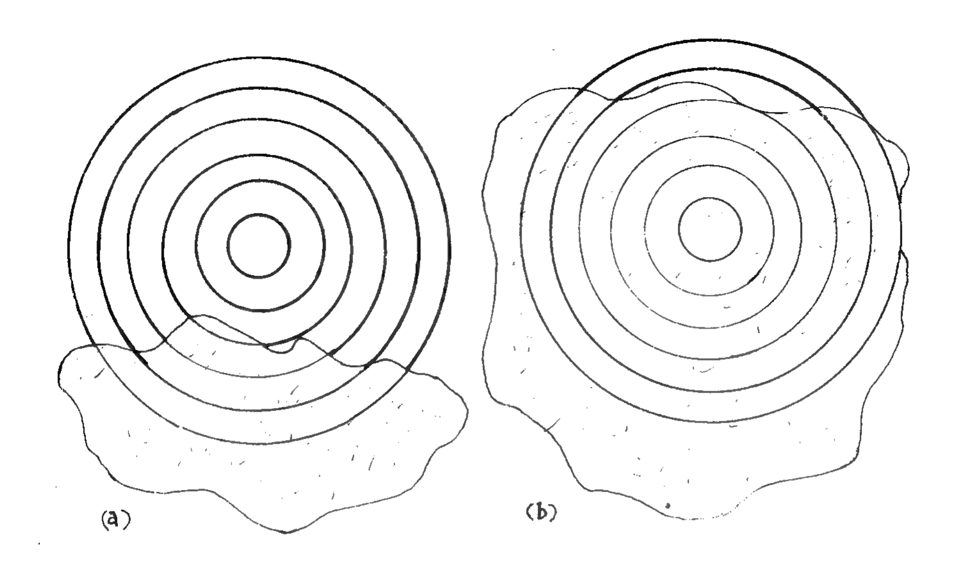
إن إعتبارات عامل الميل (obliquity factor) وعامل المسافات نصف القطرية (radial distance factor). في معادلة فرنيل – كيرجوف . (معادلة 4 – 11) تبين بأن قيمة $|U_n|$ تقل تدريجياً بزيادة (n) . وكنتيجة لهذا فعندما $n \rightarrow \infty$ فالمجموع الكلي للاضطراب الضوئي في نقطة (p) لحالة فتحة واسعة جداً أو إنعدام الفتحة يساوي نصف الاضطراب الضوئي لمنطقة فرنيل الاولى تقريباً وهكذا يمكن اعتبار المعادلة(4 – 37)قد رتبت كالآتي :–

$$|U_p| = \frac{1}{2}|U_1| + \left(\frac{1}{2}|U_2| + \frac{1}{2}|U_3|\right) + \left(\frac{1}{2}|U_3|\right.$$

$$\left. - |U_4| + \frac{1}{2}|U_5|\right) + \cdots\cdots \qquad \ldots (38-4)$$

إذا كان التناقص بزيادة (n) بطيئاً جداً فقيمة أي $|U_n|$ تساوي تقريباً معدل القيمتين المتجاورتين لـ (U) ولذلك فالمقادير بين الاقواس يمكن اهمالها تقريباً . وهكذا فإن $\frac{1}{2}|U_1|$ هو الاضطراب الضوئي في نقطة (P) في حالة إنعدام الفتحة .

لنفرض أن حاجزاً معتماً دائري بدلاً من فتحة دائرية فتركيب مناطق فرنيل تبدأ في حافة الحاجز وقيمة $|U_p|$ تساوي نصف القيمة للمنطقة الاولى ولهذا فان مركز الظل للحاجز الدائري المعتم يظهر كبقعة مضيئة وشدة التألق في البقعة المضيئة هي تقريباً نفسها في حالة انعدام الحاجز المعتم . في حالة جسم معتم غير منتظم أو فتحة غير منتظمة فان مظهر مناطق فرنيل كما هو مبين من نقطة p موضح في الشكل (4 – 21)



الشكل (4 – 21) (a) خارج الظل الهندسي (b) داخل الظل الهندسي
مناطق فرنيل لمصدر نقطي خلف حاجز غير منتظم

وهكذا فالحدود العالية في المعادلة (4 – 37) تختفي بسرعة اكبر من حالة إنعدام الحاجز ولكن الحدود المبتدئة غير فعالة وكنتيجة فقيمة $|U_p|$ لاتتغير إلا بصعوبة في المنطقة المضيئة (a). المناطق الخارجية مظللة وفي (b) المناطق المتمركزة هي مظللة بأكملها والمناطق الخارجية تقع في منطقة الظل جزئياً فحدود الجمع في المعادلة السابقة تختفي في النهايتين وبالنتيجة يحدث اختصار كامل .

إذن إذا كانت (P) تقع في المنطقة المضيئة فوجود الحاجز المعتم لا تغير شيئاً يذكر ولكن عندما تقع نقطة (P) في منطقة الظل فالاضطراب الضوئي يكون صغيراً جداً وهذه النتيجة متفقة نوعاً ما مع الضوء الهندسي

تظهر أهداب الحيود حول الظل فقط إذا كان عدم الانتظام والتناسق ضعيف في حافة الحاجز بالمقابلة مع نصف قطر المنطقة الاولى لفرنيل .

4 – 5 – 2 صفيحة فرنيل ذات المناطق Frernel's Zone Plate

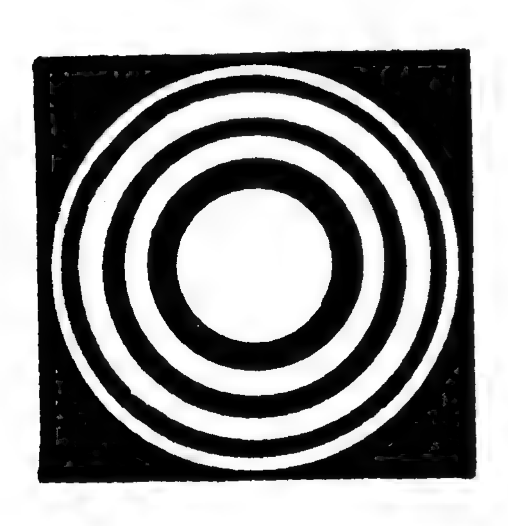
إذا أُعيد ترتيب المناطق في الفتحة السابقة بحيث حذفت إحدى المناطق (الزوجية مثلاً) فالحدود المتبقيةفي الجمع تكون ذات إشارات متماثلة حيـــــث :–

$$| U_p | = | U_1 | + | U_3 | + | U_5 | + \cdots \quad (39 - 4)$$

وهذه الفتحة تسمى بالصفيحة ذات المناطق وهي تعمل كعدسة لامة لكون $| U_p |$ وشدة التألق في p اكبربكثيرمن حالة إنعدام الفتحة فالبعد البؤري المكافيء يساوي L في المعادلة(4 – 36)، أي أن :–

$$L = \frac{R_1^2}{\lambda} \quad \ldots (40 - 4)$$

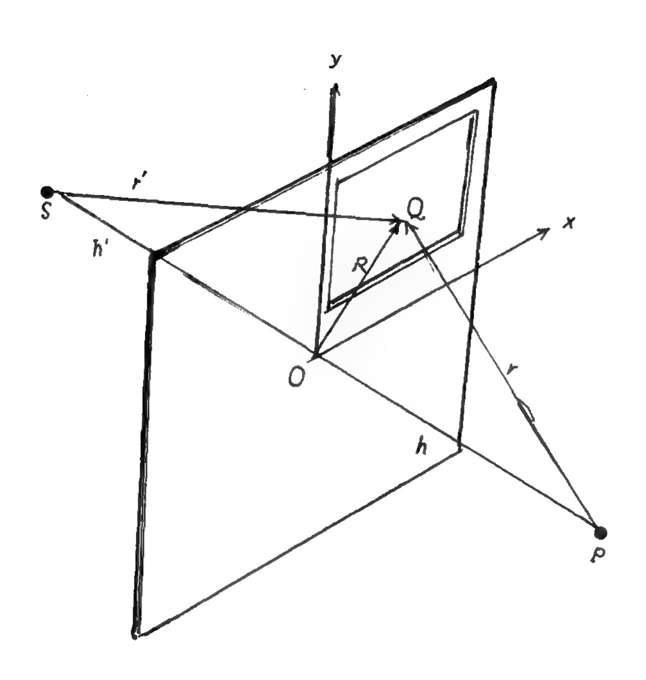
فالصفيحة ذات المناطق تظهرفي الشكل(4 – 22)فالنفوذ المصوَّر الناتج بمركز الضوء ويكون صوراً لأجسام بعيدة . وهي عدسة لونية وفيها البعد البؤري يتناسب عكسياً مع طول الموجة .



الشكل(4 – 22) : يبين صفيحة ذات مناطق .

4 - 5 - 4 حيود فرنيل من فتحة مستطيلة Rectangular Apertur

بإستعمال معادلة فرنيل – كيرجوف (معادلة 4 – 11 وبإستخدام الاحداثيات الكارتيزية y ,x في مستوى الفتحة كما في الشكل(4–23) يعالج ظاهرة حيود فرنيل من فتحة مستطيلة



الشكل (4 – 23) مخطط الحيود من فتحة مستطيلة

حيث $R^2 = X^2 + y^2$

ومن المعادلتين (4 – 35) , (4 – 36) نلاحظ أن :–

$$(r + r') = h + h' + \frac{1}{2L} (x^2 + y^2) \quad \ldots (41 - 4)$$

وكما في حالة حيود فرانهوفر نفرض أن عامل الميل $\cos (n, r) - \cos (n, r')$ وعامل النصف قطري $\frac{1}{rr'}$ radial factor يتغيران ببطء بالمقارنة مع العامل الاسي $e^{ik(r + r')}$ ولذلك يمكن إخراجهما خارج التكامل وتصبح معادلة فرنيل – كيرجوف كما يلي :–

$$Up = C\int_{x1}^{x2}\int_{y1}^{y2} e^{ik(x^3 + y^2)/2L}\, dx\, dy$$

$$= C\int_{x_1}^{x2} e^{ikx^2/2L}\, dx \int_{y1}^{y2} e^{iky^2/2L}\, dy \qquad \ldots (42 - 4)$$

حيث (C) يحتوي على جميع العوامل الاخرى وبالاضافة الى ذلك يمكن أن تعوض عن المتغيرات غير المحدد u.u كما يلي :-

$$U = x\sqrt{\frac{k}{\pi L}} \quad , \quad v = y\sqrt{\frac{k}{\pi L}} \qquad \ldots (43 - 4)$$

حيث L يعرف من المعادلة(4 – 36) وν هو طول الموجة

$$U_p = U_1 \int_{u_1}^{u_2} e^{i\pi U^2 1/2}\, du \int_{v_1}^{v_2} e^{i\pi\, v^2/2}\, d\nu \qquad \ldots (44-4)$$

$$U_1 = C\,\pi\, L / k$$

حيث

فالتكاملات في المعادلة(4-44) تستخرج بدلالة التكامل :-

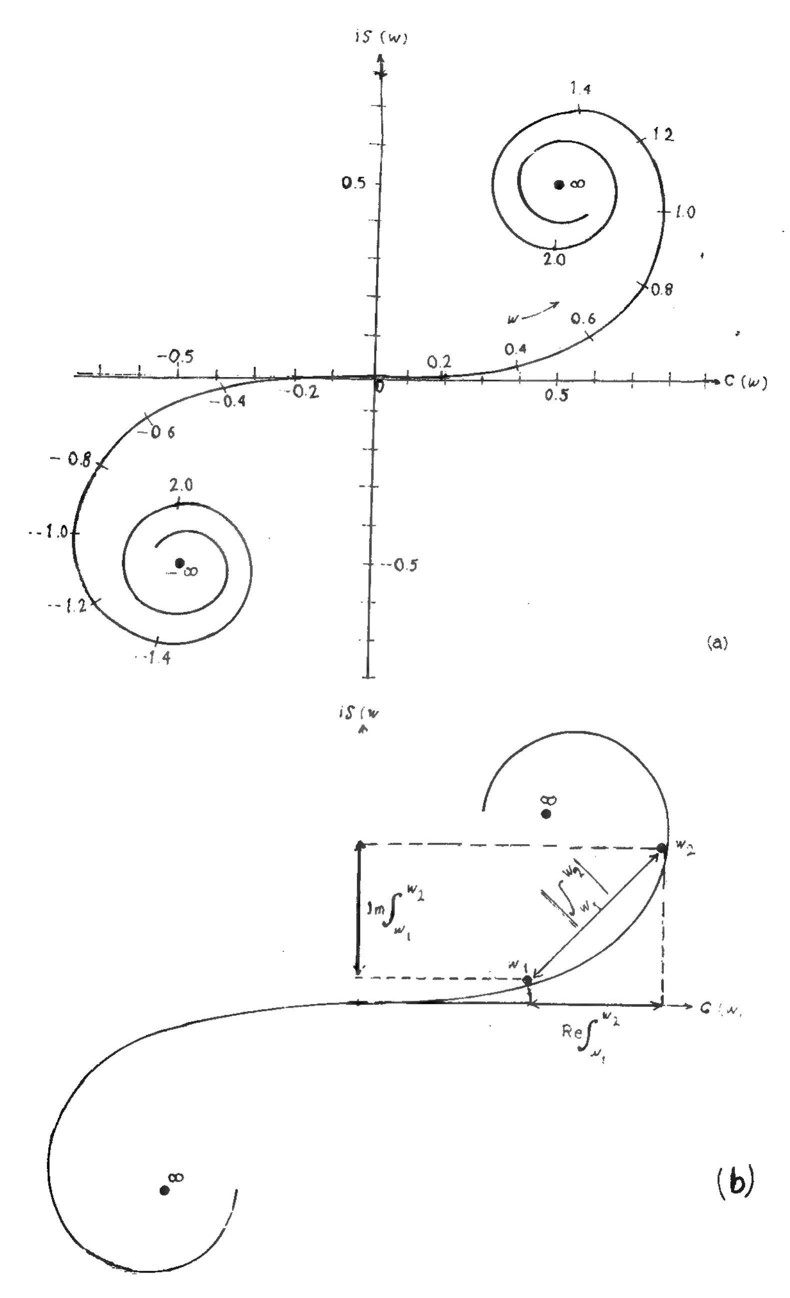
$$\int_0^s e^{i\pi u^2\, 2} dw = C\,(s) + is\,(s) \qquad \ldots\ldots\ldots (45 - 4)$$

حيث أن الاجزاء الحقيقية والخيالية تساوي :-

$$S_{(s)} = \int_0^s \sin(\pi w^2/2)\, d\omega$$

$$C_{(s)} = \int_0^s \cos(\pi w^2/2)\, d\omega \qquad \ldots (46 - 4)$$

وهذه تدعى بتكاملات فرنيل . في الجدول في أدناه (4 – 2)نلاحظ بعض القيم العددية لتكاملات فرنيل والشكل (4 – 24) يبين $C_{(s)}$ كمحور السينات و $S_{(s)}$ كمحور الصادات لحلزون كورنو



الشكل (4 - 24a) يبين حلزون كورنو مقياس (w) مؤشر على المنحني

الشكل (4 - 24 b) يبين إشتقاق تكاملات فرنيل بوساطة حلزون كورنو

الجدول (4 - 2)

تكاملات فرنيل

S	$C_{(s)}$	$S_{(s)}$	S	$C_{(s)}$	$S_{(s)}$
0.0	0.000	0.000	1.6	0.366	0.638
0.2	0.200	0.004	1.8	0.334	0.451
0.4	0.398	0.033	2.0	0.488	0.343
0.6	0.581	0.111	2.5	0.457	0.619
0.8	0.723	0.249	3.0	0.606	0.496
1.0	0.780	0.438	3.5	0.533	0.415
1.2	0.715	0.623	4.0	0.498	0.420
1.4	0.543	0.714	α	0.500	0.500

يفيد حلزون كورنو لإشتقاق تكاملاتفرنيل هندسياً (بالرسم) فحدود التكامل S_1 ، S_2 تظهر في الحلزون وقطعة الخط المستقيم المرسوم من S_1 الى S_2 كما في الشكل (4 - 24b) تعطي قيمة للتكامل $\int_{s_1}^{s_2} e^{i\pi w^2/2}\, dw$. وطولقطعة المستقيم يمثل قيمة التكامل ومسقطها علىمحور (C) ومحور (S) هي الأجزاء الحقيقية والخيالية للتكامل على التوالي . ومن المعادلة (4 - 46) نلاحظ بان :-

$$(dC)^3 + (dS)^2 = (ds)^2$$

حيث ds يمثل جزءاً من القوس . والطول الكلي للقوس على حلزون كورنو يساوي الفرق بينالحدينأي ($S_2 - S_1$) وهذا الفرق يتناسب مع حجم الفتحة أي أن :- .

$$S_2 - S_1 = U_2 - U_1 = (X_2 - X_1)\sqrt{\frac{2}{\lambda L}}$$

للاحداثي x وللاحداثي y :-

$$S_2 - S_1 = V_2 - V_1 = (Y_2 - Y_1)\sqrt{\frac{2}{\lambda L}}$$

للحالة المحدودة لفتحة لانهائية في الحجم . أي في حالة عدم وجود حاجز حائد بتاتاً نلاحظ أن :-

$$U_1 = V_1 = -\alpha$$

$$U_2 = V_2 = +\alpha$$

$$C_{(\infty)} = S_{(\infty)} = \frac{1}{2}$$

$$C(-\infty) = S(-\infty) = -\frac{1}{2}$$

ونحصل على قيمة $U_1(1+i)^2$ للاضطراب الضوئي الحديث وفي حلزون كورنو هذه القيمة تساوي U_1 مضروباً في طول الخط من $\infty -$ الى $+ \infty$ (كما في الشكل (24b – 4) وبجعل هذه القيمة تساوي U_0 يمكننا ان نعبر عن الحالة العامة بالصورة التالية :

$$U_p = \frac{U_0}{(1+i)} \left[C_{(u)} + iS_{(u)} \right]_{u_1}^{u_2} \left[C_{(v)} + iS_{(v)} \right]_{v_1}^{v_2} \qquad (47 - 4)$$

في الحالات الاعتيادية ا اكثر مناطق فرنيل (u_p) في الفتحة تكون من المراتب القليلة بالنسبة الى القيم الواطئة للابعاد (u) (v) أو (s)

4 – 5 – 4 حيود فرنيل من شق وحافة حادة مستقيمة

Slit and Straightedge

حيود فرنيل من شق طويل يعالج كحالة محددة لفتحة مستطيلة وذلك يجعـل $u_2 = +\infty, u_1 = -\infty$ في المعادلة (47 – 4) وتصبح المعادلة كالاتي :

$$U_p = \frac{U_0}{1+i} \left[C_{(v)} + iS_{(v)} \right]_{-\infty}^{v_2} \qquad (48 - 4)$$

للشق حيث v_2 , v_1 يحددان حافات الشق . وفي حالة حافة حادة مستقيمة تؤخذ حالة الشق المحددة بالشرط $v_1 = -\infty$ اذن :–

$$U_p = \frac{U_0}{1+i} \left[C_{(v)} + iS_{(v)} \right]_{-\infty}^{v_2}$$

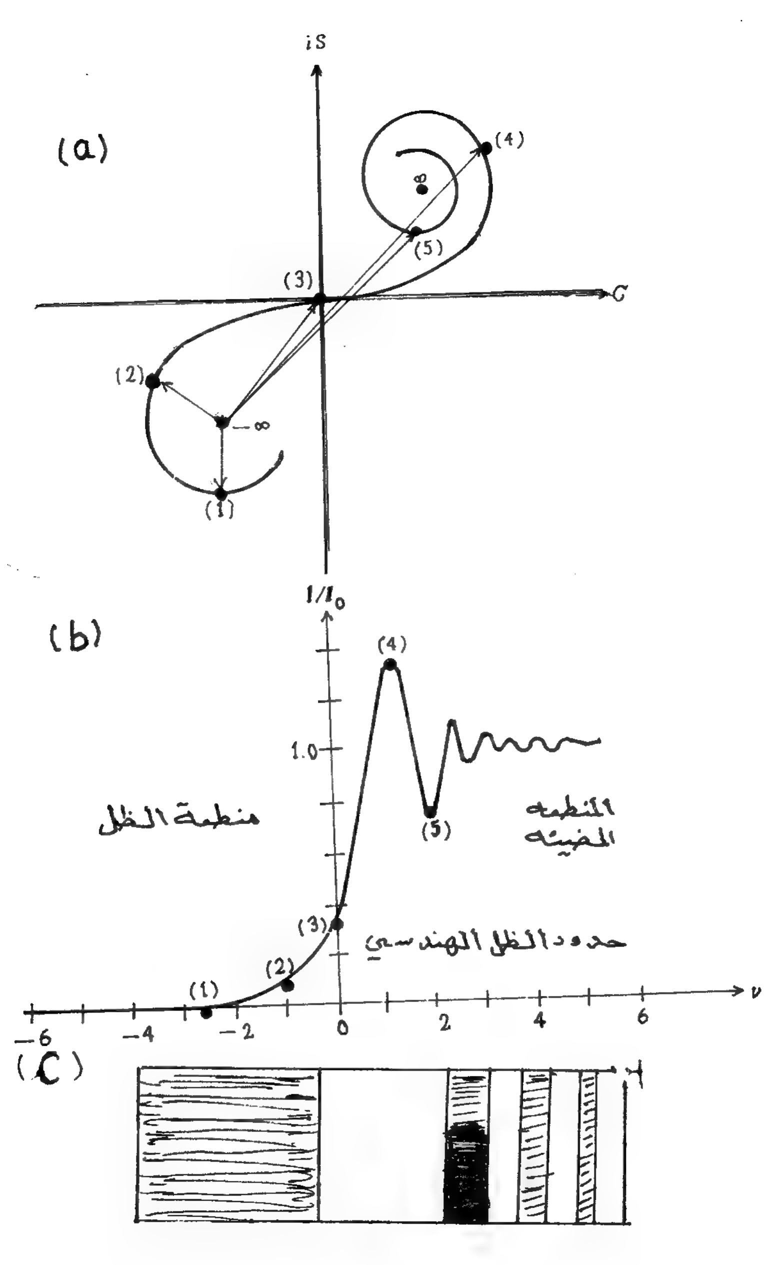
$$= \frac{U_0}{1+i} \left[C_{(v_2)} + iS_{(v_2)} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} i \right] \qquad \text{............} (49 - 4)$$

حيث هي دالة فقط لمتغير واحد وهو v_2 . وهذا المتغير يحدد موقع الحافة الحائدة ولنفرض نقطة التسلم p واقعة على الظل الهندسي للحافة بالضبط $\therefore v_2 = 0$

وتصبح المعادلة السابقة كالآتي :–

$$U_p = [U_0/(1+i)] \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} i \right) = \frac{1}{2} U_0$$

لذا فالسعة في حافة الظل تساوي نصفاً وشدة التألق تساوي ربع القيمة المفتوحة (Unobstracted) (غير منسدة) في الشكل (25 – 4) نلاحظ مخططاً للمقدار $I_p = |U_p|^2$



الشكل (4 - 25) يبين حيود فرنيل من حافة حادة مستقيمة(a) نقاط على حلزون كورنو (b) نقاط مكافئة على منحنى الشدة ، حيث 0 = v تحدد الظل الهندسي للحافة (c) صورة لنماذج الحيود .

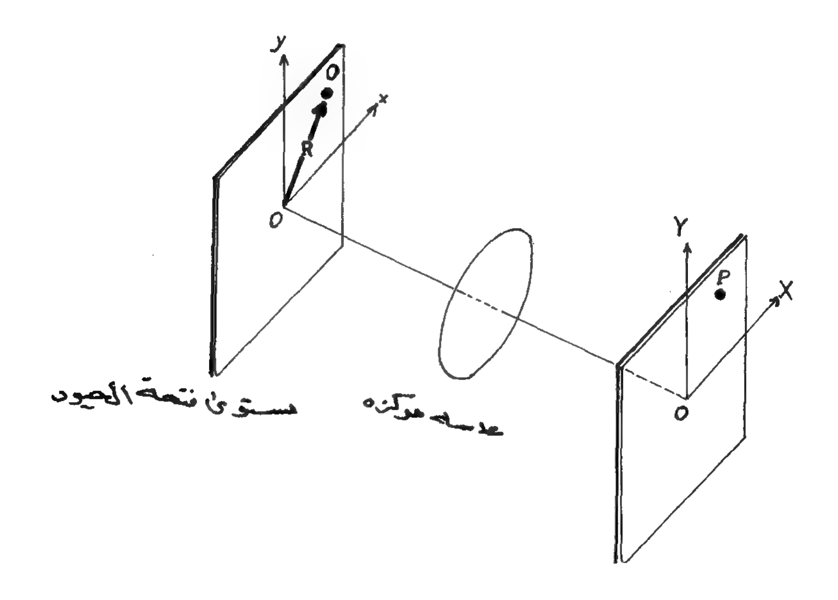
كما جاء في المعادلة(4 – 49)حيث (I_p) رسمت كدالة لـ (v_2).
وهذه الحالة تكافيء حالة ثبوت موقع نقطة التسلم (p) وتغير موقع الحافة الحائدة

فالنتيجة الخيالية هي نفسها كنموذج الحيود . من المنحنى يلاحظ بأن شدة التألق تنقص بسرعة وتقع في منطقة الظل($v_2 < 0$)عندما $v_2 \to \infty$ ، وبعبارة أخرى في منطقة الضياء $v_2 > 0$ فشدة التألق تتغير مع اختفاء السعة حول قيم غير معرقلة (مفتوحة) unobstructed لـ U_p حيث $u_2 \to +\infty$ واكبر شدة للتألق تحدث داخل منطقة الضياء في نقطة $v_2 = 1.25$ حيث I_p تساوي 1.37 مرة بقدر شدة التألق للموجات المفتوحة غير المعرقلة unobstructed وهذه تظهر كأهداب براقة في الجهة المقابلة للظل الهندسي .

4 –6 تطبيقات على تحولات فورير في الحيود

Applications of Fourier Trans form to Diffraction

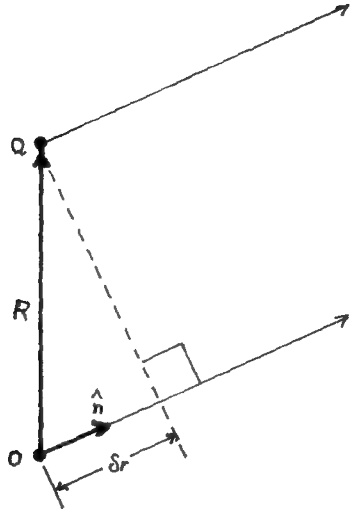
لنرجع الى مناقشة ظاهرة حيود فرانهوفر ولنفرض أن حالة عامة لحيود من فتحة لها شكل معين ولها قابلية متغيرة للانفاذ تختلف في أجزاء مختلفة من الفتحة ولنختار الاحداثيات كما في الشكل (4–26) ، ففتحة الحيود تقع على المستوى xy وتظهر .



الشكل (4 - 26)مخطط لمسألة الحيود العامة

نماذج الحيود على المستوى xy اي في المستوى البؤري للعدسة المركزة وحسب مباديء الضوء الهندسي ، كل الاشعة تترك فتحة الحيود باتجاه واحد ممثلة باتجاه جيب تمام γ,β,α وتلتقي في البؤرة التي تقع على النقطة $p(x,y)$ حيث $X = I_\alpha$ و $y = L\beta$ و L هو البعد البؤري للعدسة والفرضيات هنا على أساس أن β,α هي زوايا صغيرة جداً وأن $\alpha = \tan\alpha$ $\beta = \tan\beta$ $\gamma = 1$

ففرق المسار (δ_r) بين شعاع يبدأ من نقطة $Q(x,y)$ وشعاع موازٍ له يبدأ من نقطة (0) يساوي $R.n$ كما في الشكل $(27-4)$ حيث ، $R = ix + jy$



الشكل (4 - 27) يبين فرق المسار بين شعاعين ضوئيين متوازيين خارجيين في النقطتين في المستوى

و n هي وحدة الموجهة باتجاه الشعاع $\therefore n = i\alpha + j\beta + k\gamma$

$$\therefore \delta r = R.n = x\alpha + y\beta = x\frac{X}{L} + y\frac{y}{L} \quad \text{.........} (50-4)$$

فتكامل الحيود الاساسي (معادلة $16-4$) يحدد نموذج الحيود في المستوى xy

بدون عامل ثابت ويصبح كالآتي :-

$$U(X,Y) = \iint e^{ik\delta r}\, dA = \iint e^{ik(xX + yY)/L}\, dx\, dy \quad \text{...}(51-4)$$

وهذه في حالة الفتحة المنتظمة .

وفي حالة فتحة مستطيلة منتظمة فالتكامل الثنائي يتحول الى حاصل ضرب تكاملين أحادي البعد أوالحد والنتيجة سبق أن تم توضيحها في البند (4 – 4)

وللفتحات غير المنتظمة فدالة مثل $g(x,y)$ تسمى بدالة الفتحة تظهر في المعادلة وهذه الدالة تحدد بالمقدار $g(x,y\ dx\ dy$ الذي يمثل سعة الموجة الحائدة التي تبعث من وحدة المساحة (dx d) فالمعادلة (4 – 51) تصبح كالآتي :-

$$U(x,y) = \int\int g(x,y)\, e^{i(ux+vy)}\, dx\, dy \qquad \ldots(52-4)$$

حيث

$$U = \frac{KX}{L} \qquad v = \frac{KY}{L} \qquad \ldots(53-4)$$

وتسمى v,u بالترددات المرافقة ، ولو أن حدودها هي معكوس الطول أو العدد الموجي فالمعادلة (4 – 52) تصبح كالآتي :-

$$U\ (u,v) = \int\int g(x,y)\, e^{i(u_x+uy)}\, d\,x\, dy \qquad \ldots(54-4)$$

فالدالتان $g(x,y), U(u,v)$ تشكلان زوجا من تحولات فورير ذات البعدين ونماذج الحيود في هذه الحالة هي في الحقيقةتحليل فورير لدالة الفتحة . لنفرض أن محززا كأحادي البعد ، فدالة الفتحة [$g(y)$] هي دالة دورية كما في الشكل (4 – 28) . وتمثل بسلسلة فورير التالية :-

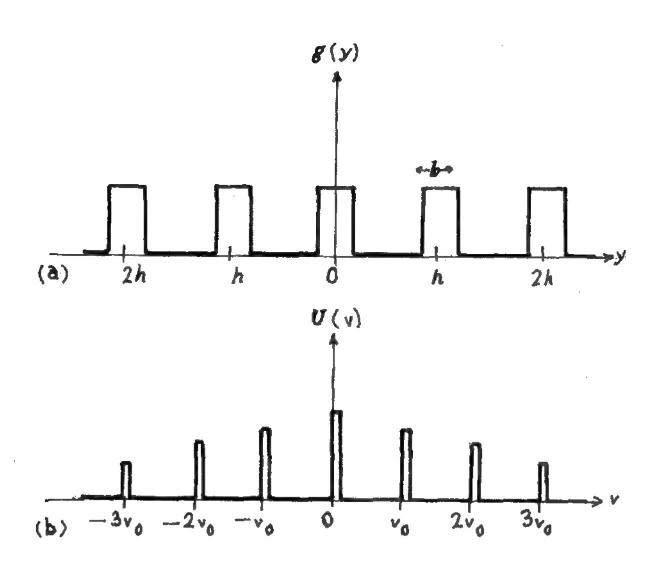
$$g(y) = g_0 + g_1 \cos(v_o y) + g_2 \cos(2 v_o y) + \qquad \ldots(55-4)$$

فالتردد المرافق الاساسي (v_0) يستنتج من دورية المحززكالآتي :-

$$v_0 = \frac{2\pi}{h} \qquad \ldots(56-4)$$

حيث h هي المسافة بين حزوز المحزز وهذا التردد المرافق يظهر في نموذج الحيود كمرتبة اولى لنهاية عظمى وسعته تتناسب مع (g_1) فالنهاية العظمى لمرتبة عالية هي لمركبات فورير العالية لدالة الفتحة $g(y)$ واذا كانت دالة الفتحة هي بشكل جيب تمام الدالة

$(g_0 + g_1)$ بدلاً من الدالة الدورية فنموذج الحيود يحتوي فقط على النهاية العظمى المركزية والمرتبتين الاوليتين للنهاية العظمى والمراتب العليا الاخرى لاتظهر .



الشكل (4 – 28) : دالة الفتحة لمحزز وتحوله لفورير .

Apodizafion 1 – 6 – 4

هو اصطلاح لطريقة تغير دالة الفتحة بحيث يعاد توزيع الطاقة في نموذج الحيود وتستعمل هذه الطريقة لتشخيص شدة الحيود للنهاية العظمى الثانوية ومن الممكن توضيح نظرية هذه الظاهرة بان نفرض فتحة احادية الشق فدالة الفتحة هي احادية ايضاً حيث :–

$g(y) = 1$

$-b/2 < y < b/2$ عندما

و $g(y) = 0$ في حالات اخرى كما في الشكل (4 ـ 29) فنماذج الحيود الظاهرة في هذا الشكل تعبر عنها بالترددات الفسحية (Spatiap) وهي :-

$$U(u) = \int_{-b/2}^{+b/2} e^{ivy}\,dy = b \frac{\sin\left(\frac{1}{2} v\, b\right)}{\left(\frac{1}{2} v\, b\right)} \qquad \dots (57-4)$$

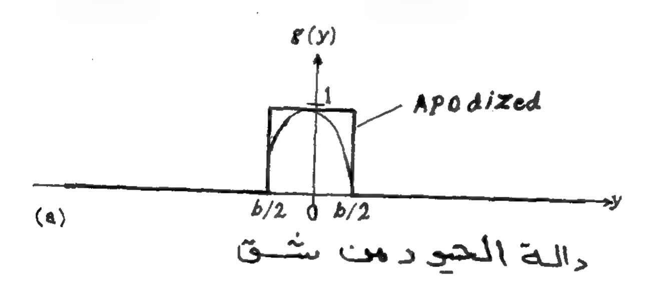
وهذه تكافيء الحالة الاعتيادية التي تم مناقشتها في الباب 4ـ 5 ولنفرض ان دالة الفتحة قد تغيرت الآن بطريقة بحيث ان محصلة تحولات فورير للفتحة هي بدلالة جيب تمام الدالة اي ان :- $-b/2 < y < b/2$ $\quad g(y) = \cos(\pi y / b)$

ويساوي صفر في الحالات الاخرى كما في الشكل (4 ـ 29) وهذه الطريقة توضح بوساطة صفيحة مغطاة بالزجاج وموضوعة فوق الفتحة فنموذج الحيود في هذه الحالة يخضع للمعادلة التالية:

$$U(v) = \int_{-b/2}^{+b/2} \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{ivy}\,dy \qquad \dots (58-4)$$

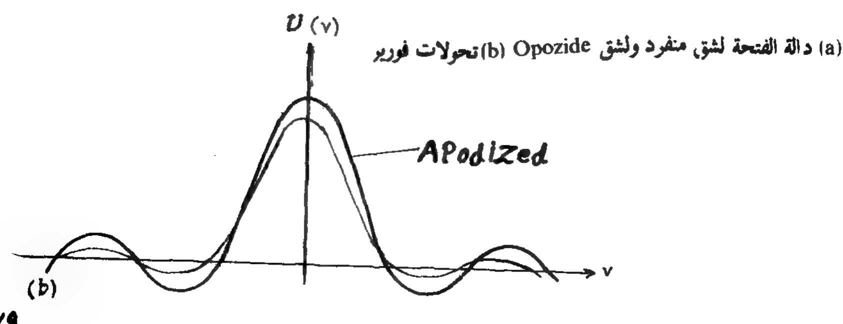
$$= \cos(vb/2) \left(\frac{1}{v - \pi/b} - \frac{1}{v + \pi/b}\right)$$

والفرق بين النموذجين للحيود مبين في الشكل 4 ـ 29 ونتيجة apodization تحدد



الشكل(4 ـ 29)

(a) دالة الفتحة لشق منفرد ولشق Opozide (b) تحولات فورير



الترددات الفسحية من المرتبة العالية وبنفس الطريقة يمكن استعمال apodization في الفتحات الدائرية للتلسكوب لانقاص الشدة النسبية لحلقات الحيود التي تظهر حول صور النجوم (نوقشت في الباب 4 – 5 وتزيد هذه من قابلية التلسكوب (المنظار) لتحليل صورة النجم المظلم الموجود بالقرب من النجم المضيء.

4 – 6 – 2 الترشيح الفسحي Spatial Filtering

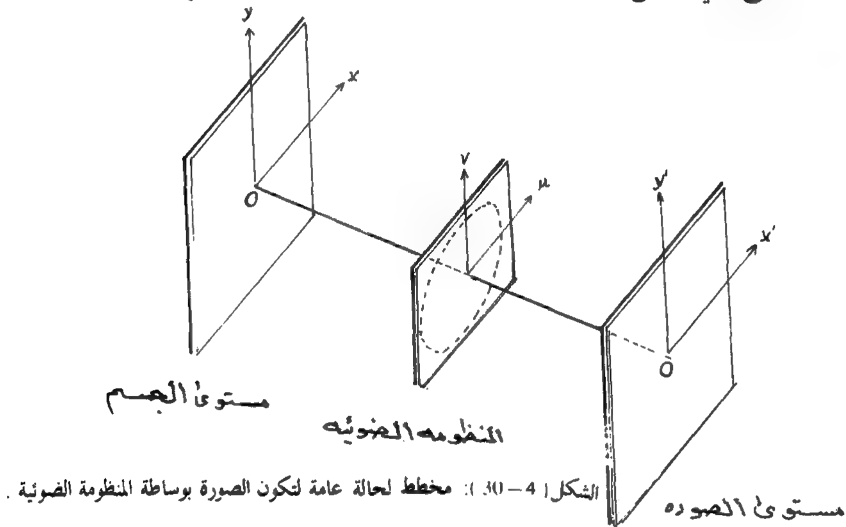
في الشكل (4 – 30) لنفرض أن المستوى (xy) يمثل موقع جسم مضيء متجانس ويصور هذا الجسم بوساطة منظومة ضوئية كعدسات وتظهر الصورة على المستوى x′ y′ فنموذج الحيود $U(u, v)$ لدالة الجسم $g(x,y)$ يظهر في المستوى (uv) وهذا المستوى هو بدل المستوي (XY) في الشكل (4 – 26 فمن المعادلة (4 – 54) $U(u,v)$ هو تحول فورير ودالة الصورة $g'(x', y')$ التي تظهر في المستوى ($x' y'$) هي تحول فورير لـ $U(u, v)$ اذا كانت كل الترددات الفسحية (spatial) في حدود $u = \pm\infty$, $v = +\infty$ انتقلت بالتساوي بوساطة المنظومة الضوئية لذا فمن خواص تحول فورير تتناسب دالة الصورة $g'(x', y')$ مع دالة الجسم $g(x,y)$ حيث تصبح الصورة الممثلة الحقيقية للجسم وان حجم الفتحة في المستوى (uv) يحدد الترددات الفسحية (spatial) التي تنتقل بوساطة المنظومة الضوئية وقد يكون هنالك عيوب في العدسة كالزيغ الذي ينتج من التحوير في الدالة $U(u,v)$ كل هذه المؤثرات تتوحد بدالة واحدة وهي $T(u,v)$ تسمى بدالة التحول للمنظومة الضوئية وهي الدالة التي تحدد بالمعادلة التالية :–

$$U'(u, v) = T(u,v)\, U(u,v)$$

$$\therefore g'(x', y') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(\mu, v)\, U(\mu, v)\, e^{-i(\mu \bar{x} + v \bar{y})}\, d\mu\, dv \quad ..(59\text{–}4)$$

اي ان دالة الصورة هي تحول فورير لحاصل ضرب $T(u,v)\ U(u,v)$ وحدود التكامل هي α ـ + شكلياً فقط والحدود الحقيقية للتكامل تعطى بشكل خاص لتحول دالة $T(u,v)$

فالدالة المتحولة يحور باستعمال شاشات مختلفة وكذلك فتحات مختلفة في المستوي (uv) وهذه تسمى أو تعرف بالمرشح الفسحي (spatial). وعمله يشابه عمل المرشح للاشارات الكهربائية بوساطة الشغل الكهربائي غير الفعال. فدالة الجسم هي علامة الشغل الداخل (input) ودالة الصورة هي (out put) والمنظومة الضوئية هي بمثابة المرشح التي تسمح بانتقال الترددات الفسحية المعينة فقط وتمنع الاخرى



الشكل (4 – 30): مخطط لحالة عامة لتكون الصورة بوساطة المنظومة الضوئية.

ولنفرض أن الجسم عبارة عن محزز فدالة الجسم تصبح دالة دورية وهي تعتبر مسألة أحادية البعد. دالة الجسم تصبح $F(y)$ وتحولها لفورير (uv) كما هي في الشكل (4 – 28) ولنفرض الآن بان الفتحة الموجودة في المستوى $U(v)$ أصبحت في وضعية بحيث لاتنتقل من المنظومة الضوئية الا الترددات الفسحية (spatial) التي تقع بين $-v_{max}$ ، $+v_{max}$. وهذا يعني بأن المرشح الضوئي لايسمح بالنفوذ التام.

من المعادلة (4 – 53) نلاحظ بأن :-

$$v_{max} = k b / f$$

حيث $2b$ هي العرض الفيزياوي للفتحة في المستوى (uv) ودالة التحول لهذه الحالة هي

$$T_{(v)} = 1$$

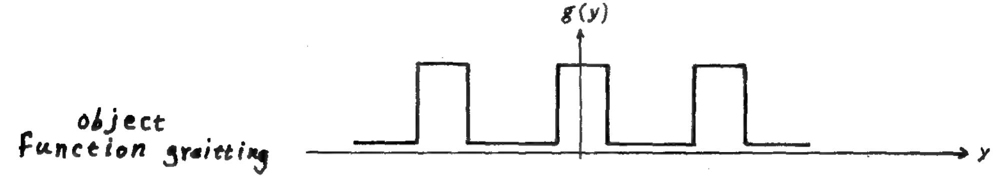
عندما

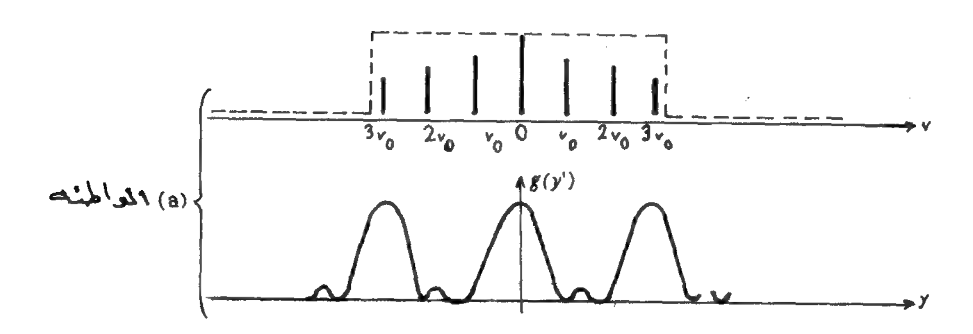
$$- \nu_{max} < \nu < + \nu_{max}$$

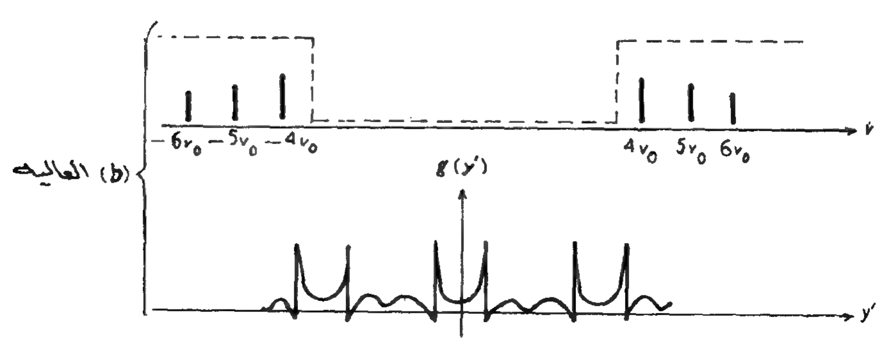
و $T_{(\nu)} = 0$ في الحالات الاخرى ودالة الصورة تصبح :

$$g'(y') = \int_{-\nu_{max}}^{+\nu_{max}} U_{(\nu)}\, e^{-i\nu y}\, d\nu \qquad \dots (60-4)$$

بدون التعمق في حسابات $g'(y')$ نرى في الشكل (4 - 31) منحني لبعض







الشكل (4 - 31) منحنيات لاشتقاق مرشح الضوء الفسحي (a) مرشح ذو النفوذ الواطيء low pass (b) مرشح ذو النفوذ العالي high pass

الاختبارات الافتراضية لـ (v_{max}) بدلاً من الدالة الحادة التي تشكل الجسم فتظهر الصورة مدورة في الزوايا وتظهر بعض التغيرات الدورية الصغيرة . ويمكن الحصول على مرشح ضوئي ذو نفوذية عالية عند وضع الشاشة على المستوى (uv) بحيث تغطي الجزء المركزي لنموذج الحيود وهذا الجزء لنموذج الحيود يكون خاصاً للترددات الواطئة فالشكل المحزز في مستوى الصورة ، وتفاصيل الحافة تأتي من الترددات الفسحية العالية .

ومثال العملي على المرشح الفسحي هو مرشح فسحي ذو ثقب صغير جداً (pinhole)

الذي يستعمل في جهاز ليزر لازالة نموذج الاهداب الكاذبة التي تظهر في الشعاع الخارج من جهاز ليزر لهيليوم – نيون – ويتم تركيز الشعاع بوساطة عدسة ذات بعد بؤري قصير ويوضع ثقب صغير جداً في البؤرة ويعمل عمل مرشح ضوئي الذي يزيل الترددات الفسحية العالية ويحسن نوعية الشعاع الخارج عن جهاز الليزر وتستعمل عدسة أخرى لجعل الشعاع متوازياً .

4 - 6 - 3 تباين الطور ومحززات الطور

Phase Contrast and Phase Grating s

تم اكتشاف طريقة تباين الطور من قبل العالم الفيزياوي الالماني Zennike وتستعمل لتوضيح انتقال جسم معامل انكساره يختلف قليلاً من معامل انكسار الوسط الناقل والمحيط بالجسم وتباين الطور مفيد خاصةً في الفحوصات المجهرية للخلايا الحية .وتمتاز الطريقة باستعمال نوع خاص من المرشحات الفسحية .

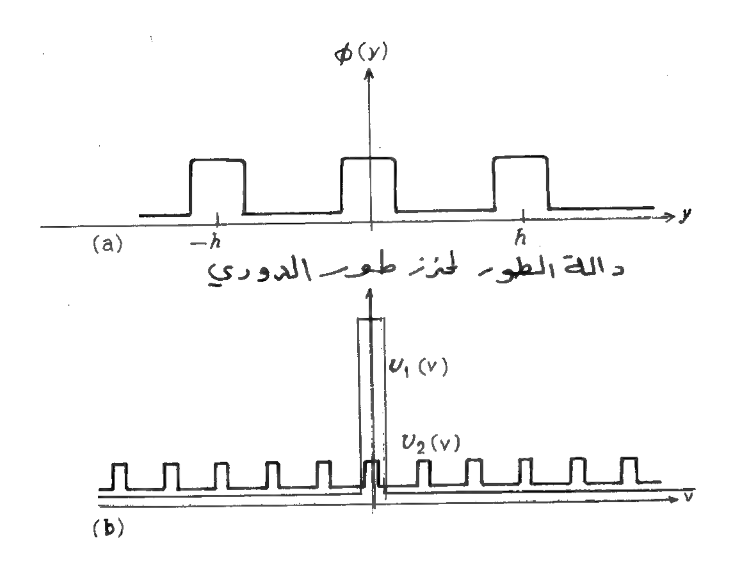
لاختصار نظرية تباين الطور تستعمل حالة محزز الطور الذي يشمل شرائط متغيرة من مواد ذات معاملات انكسار . عالية وواطئة . وكل الشرائط هي تامة النفوذية والمحزز مضاء بضوء متجانس ويحتوي على الجسم . فدالة الجسم تمثل بالمعادلة الأسية التالية :-

$$g(y) = e^{i\phi(y)} \qquad (61 - 4)$$

حيث عامل الطور $\Phi(y)$ هو دالة دورية كما في الشكل (4– 32a) فارتفاع المنحنى يساوي الفرق في الطور الضوئي بين نوعين من الاشرطة . أي أن :

$$\Delta \Phi = kz \ \Delta n$$

حيث Z يمثل السمك و Δn هو الفرق بين معاملي الانكسار ، ولو فرضنا بأن هذا الفرق



الشكل (4 – 32) (a) دالة الطور لمحزز الطور الدوري (b) تحولات فورير للفتحة u_2 والمحزز u_2

في الطور هو صغير جداً . يمكن أن نكتب المعادلة السابقة بصورة مقربة كالآتي :–

$$g(y) = 1 + i\,\Phi(y) \qquad ...(62 - 4)$$

فتحول فورير للدالة $g(y)$ هي :–

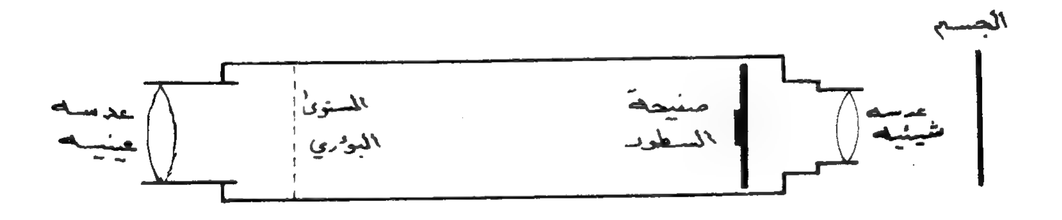
$$U(v) = \int_{-\infty}^{\infty} [\,1 + i\,\Phi(y)\,]\, e^{ivy}\, dy$$

$$= \int_{-b/2}^{+b/2} e^{ivy}\, dy + i \int_{-b/2}^{+b/2} \Phi(y)\, e^{ivy}\, dy = U_1(v) + i\, U_2(v) \quad ..(63-4)$$

حيث $U_1(v)$ يمثل نموذج الحيود لـكل فتحة الجسم ويساوي صفر في كل المناطق عدا عندما $v \approx 0$ لذا فان $U_1(v)$ يشمل الترددات الفسحية الواطئة فقط . وأما $U_2(v)$ فهو يمثل نموذج الحيود للدالة الدورية $\Phi(y)$ الشكل (4 – 32 b)منحني الدالتين .

بسبب وجود عامل i في النتيجة($U_1 + i\,U_2$)فالمركبتين U_1 . iU_2 تختلفان في الطورهي وجود مرشح ضوئي فسحي في المستوى ($U\,v$) الذي يغييرطور $iU_2 > 90$ اضافية وعملياً تجسدُ هذه الطريقة بجهاز يسمى بصفيحة الطور (phase plate) كما في الشكل (4 – 33).وهذه الصفيحة عبارة عن صفيحة زجاجية شفافة لها جـزء صغير سمكها الضوئي يزيد بمقدار ربع طول الموجه عن الاجزاء الاخرى للصفيحة وهذا الجزء السميك يقع في مركز المستوى U(v) أي في المنطقة ذات ترددات فسحية واطئة ونتيجة ادخال صفيحة الطور هي تغير الدالة $U_1 + i\,U_2$ الى $U_1 + U_2$ ودالة الصورة الجديدة تحدد بتحول فورير للدالة الجديدة U (v) أي أن :-

$$g'(y') = \int U_1(v)\, e^{ivy'}\, dv + \int U_2(v)\, e^{-iv\bar{y}}\, dv$$
$$= g_1(\bar{y}) + g_2(\bar{y}) \quad \dots (64-4)$$



الشكل (4 – 33)مخطط توضيحي لمجهر تباين الطور

فالدالة الاولى (g_1) هي فقط دالة الصورة لـكل فتحة الجسم . وتمثل خلفية ثابتة . والدالة الثانية(g_2) هي دالة الصورة لمحزز منتظم ذي شرائط معتمة ومتغيرة في قابليـة انفاذها وهذا يعني بان طور المحزز ظهر بوضوح في مستوى الصورة كشرائط مضيئة ومظلمة بالتعاقب . ولو أن التحليل السابق هو لمحزز دوري ونفس الترتيب يمكن تطبيقه على طور

جسم نافذ يأتي شكل كان طريقه تباين الطور الضوئي لها مفهوم معقد في الاتصالات الكهربائية ، اشارة الطور المحور تبدل الى اشارة السعة المحورة وذلك باحداث تغير في الطور بمقدار 90° لتردد الموجات الحاملة . هذا هو في الحقيقة ما تقوم بة صفيحة الطور في طريقة تباين الطور فالنتيجة النهائية هي أن تحوير الطور في الجسم تبدل بتحوير السعة في الصورة .

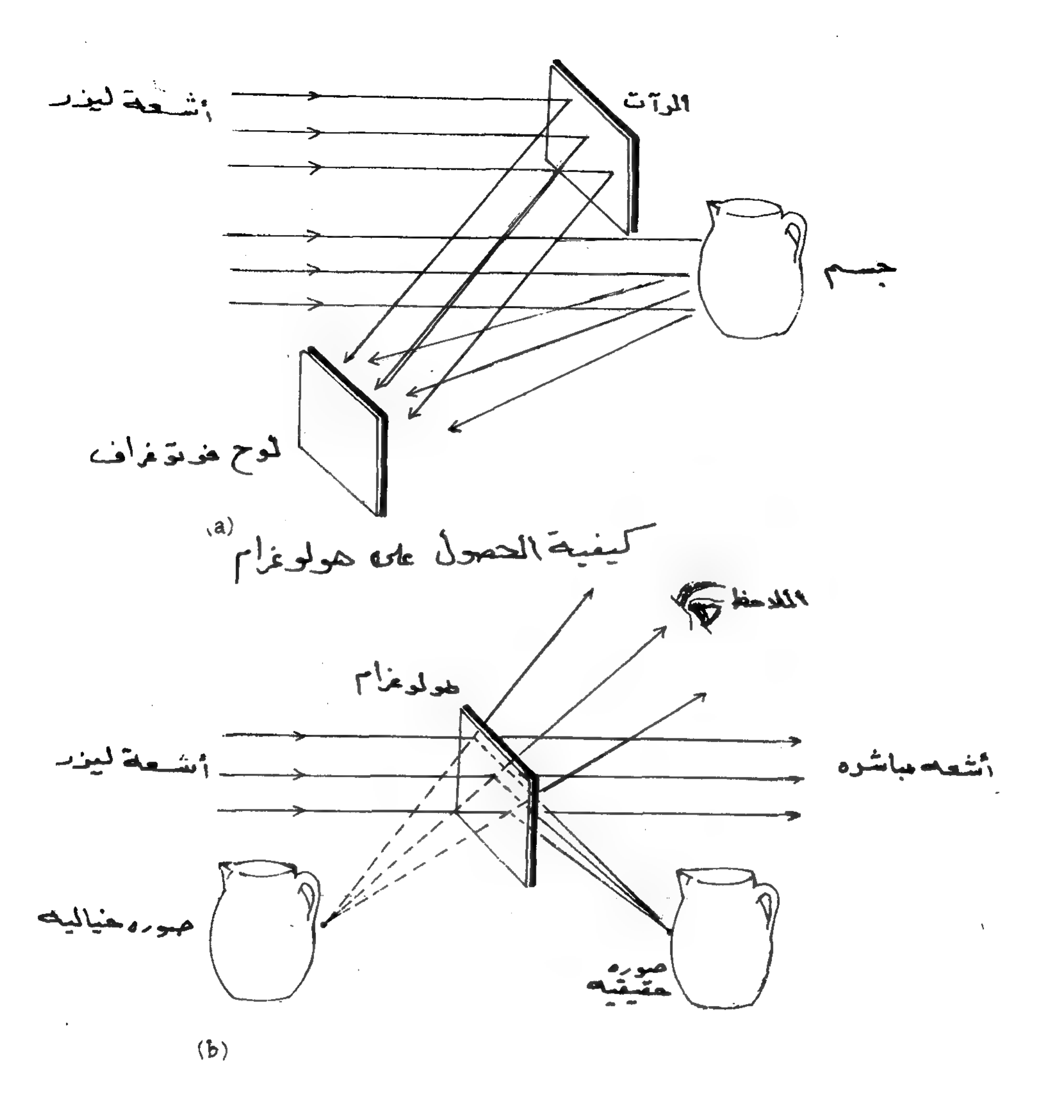
7 — 4

إعادة تركيب مقدمة الموجة بالحيود –هولوغرافي –

Reconstruction of the Wave front by Diffraction, Holography.

الطريقة غير المعتادة للتصور تسمى بطريقة اعادة تركيب مقدمة الموجة وأصبحت في الوقت الحاضر ذات أهمية في مجال علم الضوء . والفكرة الاساسية لهذه الطريقة اكتشفها العالم

Gabor في سنة 1947 ولكن الفكرة أهملت لحين اكتشاف الضوء المتجانس المضخم (ليزر) . في هذه الطريقة تستعمل شاشة حيود خاصة تسمى بهولوغرام . لاعادة تركيب المجال الموجي المنبعث في الجسم لأن الهولوغرام يفرق الاشعة الخارجة من جهاز الليزر الى حزمتين الاولى تضيء الجسم والثانية تسمى بشعاع المرجع (reference beam) الذي ينعكس على لوح فوتوغرافي رقيق بوساطة مرآة ويتعرض الفلم لشعاع المرجع وشعاع ليزر المنعكس في نفس الوقت كما هو موضح في الشكل (4 — 34 a فنموذج التداخل المعقد الذي يسجل بوساطة لوح ويشكل الهولوغرام ويحتوي على جميع المعلومات اللازمة للحصول على المجال الموجي للجسم ويستعمل هولوغرام حديث الاضاءة بشعاع منفرد خارج من جهاز ليزر كما في الشكل (4 — 34 b وجزء من المجال الموجي الحائد هو نسخة طبق الاصل ذات ثلاثة أبعاد (مجسمة) من الموجة الاصلية المنعكسة من الجسم ويرى الى الهولوغرام الصورة يعمق وبتحريك رأسه يمكن أن يغيير موقع أو أتجاه النظر. لأجل تسهيل أو اختصار تفسير نظرية الهولوغرافي نفرض بأن الشعاع المرجع تم تجميعه لتكون موجات مستوية ، ولتكن x ، y احداثيات في مستوى الصفيحة الفوتوغرافية المسجلة .



الشكل (4 34) (a) طريقة عمل هولوغرام (b) استعمال هولوغرام لحصول على الصورة الحقيقية والخيالية.

ولنفرض أن $U(x.y)$ يشير الى السعة المعقدة لمقدمات الموجات المنعكسة في المستوى (xy) بما أن $U(x.y)$ هوعدد معقد يمكننا كتابته كالآتي :

$$U(x.y) = a(x.y)\, e^{i\phi(x.y)} \qquad \ldots (65-4)$$

حيث $a(x,y)$ هو عدد حقيقي

وكذلك لنفرض بأن $U_0(x,y)$ يشير الى السعة المعقدة لشعاع المرجع في المستوى (xy)

$$U_0(x,y) = a_0 e^{i(\mu x + v y)} \quad \ldots(66-4)$$

حيث $_0$ هو ثابت v, u هما الترددان الفسحيان للشعاع المرجع في المستوى (xy) أي بأن :-

$$\mu = k \sin \alpha , v = k \sin \beta \quad \ldots(67-4)$$

حيث (k) هو العدد الموجي لضوء ليزر β , α تحدد ان اتجاه الشعاع المرجع . وشدة التألق $I(x,y)$ المسجلة بوساطة لوح فوتوغرافي تساوي

$$I(x,y) = \| U + U_0 \|^2 = a^2 + a_0^2 + a a_0 e^{i[\phi(x,y) - \mu x - v y]}$$

$$+ a a_0 e^{-i[\phi(x,y) - \mu x - v y]} = a^2 + a_0^2 + 2 a a_0 \cos [\Phi(x,y)) - \mu x - v y] \quad \ldots(68-4)$$

وهذه في الحقيقة هي نموذج التداخل وتحتوي على معلومات كالسعة وتحويرات الطور للترددات الفسحية لشعاع المرجع وهذه الحالة تشبه تقريبا طبع معلومات على الموجة الحاملة لمرسلات الراديو بوساطة السعة وتحوير الطور عند اضاءة الهولوغرام المتطور مع شعاع منفرد (U_0) المشابه لشعاع المرجع فالموجة المرسلة الناتجة مع حاصل ضرب u_0 وارسالية هولوغرام في النقطة (x,y) . وهذه الارسالية تتناسب مع $I(x,y)$ اي ان : -

$$U T(x,y) = Uo I = a_o (a^2 + a_o^2) e^{i(\mu x + v y)}$$

$$+ a_o a^2 e^{i\phi} + a_o^2 a e^{-i(\phi - 2\mu x - 2 v y)}$$

$$= (a^2 + a_o^2) Uo + a_o^2 U + a^2 \mu^{-1} Uo^{-2} \quad \ldots\ldots(69-4)$$

فالهولوغرام يعمل في بعض الاحيان كمحزز الحيود وينتج شعاعاً مباشراً وشعاعين حائدين من المرتبة الاولى في كل من جانبي الشعاع المباشر . (كما في الشكل 4 – 34 b) والمقدار $(a^2 + a_0^2) U_0$ في المعادلة (4 – 69 يشمل الشعاع المباشر والمقدار $a_0^2 U$ يمثل احدى الاشعة الحائدة وهو يساوي كمية ثابتة مضروبة في (U^*) . وهذا الشعاع هو واحد من الاشعة الذي ينتج الضوء المنعكس من الجسم ويشكل صورة خيالية . والحد الاخير في المعادلة السابقة يمثل الشعاع الحائد الاخر الذي يحدد صورة حقيقية للجسم .

سوف لانحاول اثبات ماسبق ان ذكرناه بالتفصيل ويمكن استنتاجه باعتباره حالة بسيطة جدا كأن يكون الجسم خطاً منفرداً أبيض على خلفية سوداء ويصبح الهولوغرام في هذه الحالة محززاً دورياً بسيطاً فالمرتبة الصفرية للضوء الحائد هي للشعاع المباشر وأمـــا المرتبتان الاوليتان في الجهة الاخرى فتمثلان الصورة الحقيقية والخيالية .

المشاهد في الهولوغرافي يرى دائماً صورة الاصل (positive) حتى لو أستعملت مرسلات فوتوغرافية موجبة أو سالبة في الهولوغرام وسبب ذلك هو أن الهولوغرام السالب نادراً ما يُنتج مجالاً موجياً متناوباً في الطور بمقدار 180 بالنسبة الى الهولوغرام الموجب . وبما أن العين غير حساسة لهذا الفرق في الطور لذا فأن المشاهد يرى الحالتين متشابهتيـن لقد حدث تقدم ملحوظ في مجال الهولوغرافي في السنين الاخيرة ، فالتصويـــر الهولوغرافي كامل ألتلوين يمكن الحصول عليه بإستعمال ثلاثة أطوال موجية مختلفة لليزر بدلاً من طول موجة واحدة وكان التسجيل الهولوغرافي على الافلام البيضاء والسوداء فقط.

وأمتدت قواعد الهولوغرافية لتشمل الموجات الصوتية للتصوير في الاوساط الضوئية المعتمة والموجات القصيرة للتصوير الهولوغرافي في المسافات البعيدة .

جهاز تداخل الهولوغرافي Holographic Inter Feromotry

في إحدى التطبيقات المهمة للهولوغرافي هي في مجال إستعمالات جهاز التداخل ، وفي هذه الحالة يجب أن يكون السطح المراد فحصه سطح عاكس غير منتظم بدلاً من

سطح أملس مصقول كما هو المطلوب في حالة جهاز التداخل لما يكلسون أو توايمان – كرين ، في جهاز التداخل الهولوغرافي ثنائي العرض ، تستعمل عارضتان منفصلتان في

لوح تسجيل منفرد ، إذا ترك أو أصاب السطح المراد دراسته أي خلل خلال الفترة الزمنية بين العرضين ، تظهر هذه الحركة عند إعادة تكون الصورة بشكل أهداب التداخل ، في جهاز هولوغرافي ذي نبضة ثنائية فالعارضتان أو جزءاً الجهاز الخاص بالعرض ناتجة من تكثيف نبضات ليزر القصيرة من نبضات ليزر ذات قدرة عالية وهذه النبضات متقاربة في الزمن لذا فإن أهداب الصور الهولوغرافية هي التي تُظهر الحركة كنماذج الاهتزاز وغيرها وهذه الطريقة مفيدة بالاخص للإختبارات الدائمية ولزيادة المعلومات عن موضوع الهولوغرافي ننصح القارىء لمطالعة الكتاب الموسوم :

AnInteroduction to coherent optics and Holography by G.W. Stroke.

اسئلة الفصل السابع

في تجربة الحيود استعمل مصدر نقطي طول موجته 600 nm . فالمسافة بين المصدر وفتحة الحيود تساوي .(lom ، والفتحة دائرية قطرها (Im) بين أي من الظاهرتين للحيود تستعمل (فرنيل اوفرانهوفر) عند ماتكون المسافة بين الشاشة والفتحة تساوي : —

1 cm (a)
2 m (b)

الجواب . (a) فرنيل
b فرانهوفر .

4 – 2 سقطت حزمة ملمومة من جهاز ليزر (نيون – هيليوم) ذات طول موجة ($\lambda = 633nm$) عمودياً على شق عرضه (0.5 mm) ووضعت خلف الشق مباشرة عدسة لامة بعدها البؤري . 50 cm..وذلك للم الضوء الحائد على شاشة واقعة على المسافة البؤرية للعدسة اي في موقع بؤرة العدسة .

احسب المسافة بين مركز نموذج الحيود (أي النهاية العظمى المركزية) وبين النهاية الصغرى الاولى وبينها وبين النهاية العظمى الثانوية الاولى .

4 – 3 لنفرض اننا استعملنا ضوءاً أبيض في تجربة الحيود المذكورة في أعلاه فلأي طول موجي تنطبق النهاية العظمى الرابعة على النهاية العظمى الثالثة للموجة الحمراء طولهـــا $\nu = 650$ nm

(الجواب : . 507 nm]

4 – 4 في نموذج الحيود من الشق المنفرد شدة الاهداب البراقة تنقص كلما نبتعد من النهاية العظمى المركزية . اي مرتبة الهدبة التي تكون أعلى شدة فيها تساوي نصف شدة الهدبة المركزية ؟ (افرض ان الحيود هو من نوع فرانهوفر) .

4 – 5 برهن على ان النهاية العظمى الثانوية في ظاهرة حيود فرانهوفر من شق منفرد تظهر في النقاط حيث $\beta = \tan\beta$ وأثبت على ان الجذور الثلاثة الاولى تظهر عندما $\beta = 1.43\pi$ ، 2.46π ، 3.47π
تقريباً وبرهن كذلك على ان لمراتب عليا (n) تقترب الجذور من قيم $(n + \frac{1}{2})\pi$
حيث n هو عدد صحيح .

4 – 6 جد قيمة I/I_o لنهاية عظمى أولى نصف قطريه لنموذج حيود فرانهوفر لفتحة مستطيلة (النهاية العظمى نصف قطريه هي تلك التي تحدث عند الخط $\alpha = \beta$) .

4 – 7 ماحجم ناظور (قطر الفتحة) اللازم لتحليل مركبات انجمة ثنائية المسافة بينهما (100) مليون كيلو متر والمسافة بينهما وبين الارض تساوي عشرة سنوات ضوئية ؟
(أفرض ان $\lambda = 500$ nm)
(الجواب ! 58 cm)

4 – 8
في نموذج حيود فرانهوفر من شق ثنائي اختفت النهاية العظمى الثانوية الرابعة ماهي النسبة بين عرض الشق (b) والمسافة بين الشقين h ؟

4 – 9
برهن على ان نموذج حيود فرانهوفر من شق ثنائي يصبح حيود من شق منفرد عرضه = 2b عندما يكون عرض الشق يساوي المسافة بين الشقين (أي ان b = h) .

4 – 10
a) استعمل محززاً لتحليل ضوء صوديوم – D طول موجته ($\lambda\alpha_1 = 589$ nm) ، ($\lambda\alpha_2 = 589.6$ nm) ومن المرتبة الاولى ما عدد حزوز (rulings) المستعملة لهذه الغاية ؟

b) لنفرض ان البعد البؤري لعدسة مركزة يساوي (20 cm) وسعة او عرض المحزز

الـكلي يساوي = 2 cm ماهي المسافة الخطية بين المستوى البؤري لخطي (D) اي بين $\lambda\alpha_2 \cdot \lambda\alpha_1$

4 – 11 محززذو (100) خط ، ماهي النسبة بين شدة النهاية العظمى البدائية وبين شدة النهاية العظمى الثانوية للاولى ؟

الجواب : about 0.0025

12 – 4

برهن على انه هنالك $2 + 2\bar{h} / b$ من النهايات العظمى تحت اطار الحيود المركزي لنموذج ثنائي الشق ، حيث $\bar{h}$ هي المسافة بين الشقين b, هو عرض الشق .

13 – 4

محززذو (1000) خط لـكل مليمتر . كم يجب ان تكون سعة او عرض المحزز لـكي يحلل مقياس تركيب (mode structure) لجهاز ليزر (He – Ne) الذي طول موجة شعاعه يساوي (633 n m) ؟ وفرق التردد بين المقياسين يساوي 450 M Hz.

الجواب : حوالي 105 سم وفي المحززات الضوئية الجيدة هذه السعة ليست بمقياس ولتحليل مقاييس ليزر نحتاج الى جهاز تداخل فابري – بيروت) .

14 – 4

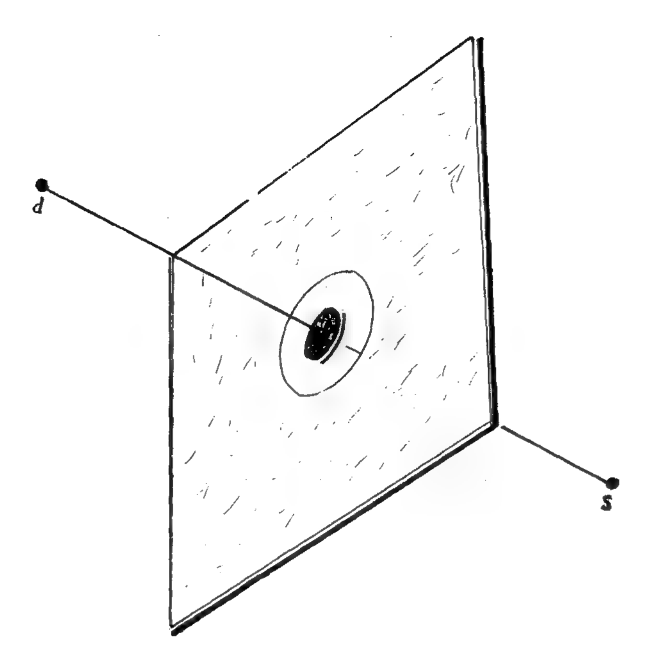
ماهو أقل فرق طول موجي ممكن تحليله عند استعمال محززذي (1200) خط لـكل مليمتر وعرضه (5 cm) علما بان طول الموجة = 500 nm والمحزز المستعمل هو للمرتبة الاولى .

15 – 4

مصدر نقطي (S) لضوء طول موجته $\lambda = 500$ nm. وضع على بعد متر واحد من فتحة بشكل ثقب نصف قطره يساوي (1) ملمتر كما في الشكل (4 – 35) وفي مركز الثقب يوجد حاجز معتم دائري نصف قطره $\frac{1}{2}$ ملمتر وبعد نقطة التسلم (P) عن الفتحة يساوي (1) متر ماهي شدة التألق في نقطة (p) بالمقابلة مع شدة التألق عند ازالة الفتحة ؟

الجواب $I / I' = 4$

والاجزاء الثلاثة المفتوحة من الفتحة تحتوي على ثلاث مناطق فرنيل .



الشكل (4 ـ 35) يبين أبعاد فتحة الحيود

16 – 4

أُستعمل منظار راديوي radiotelescope لمراقبة مصدر نقطي بعيد لضوء طول موجته = .20 c m وعند مرور القمر من أمام المصدر يُلاحظ نموذج حيود فرنيل بوساطة مسجل الناظور أو التلسكوب ما هي الفترة الزمنية بين ظهور النهاية العظمى الاولى والنهاية الصغرى الاولى ؟

(إفرض أن حافة القمر مستقيم الشكل) .

17 – 4

طبق المعادلة (4 – 12) مباشرة لإثبات كون قيمة U_p التي تعبر عن منطقة فرنيل الاولى هي ضعف القيمة في حالة إنعدام الفتحة .

18 – 4

جد الشدة في نقطة التسلم (p) في المسالة (4 – 15) إذا كانت الفتحة مربعة الشكل أبعادها 2 × 2 ملم .

19 – 4

بإستعمال حلزون كورنو إرسم منحني لنموذج حيود فرنيل : (a) في حالة شق منفرد (b) شريط معتم تام .

لاحظ كيفية تطبيق قاعدة Babinet هنا واجعل العرض المكافيء $\Delta v = 3$.

(c) لوكان العرض الحقيقي يساوي 1 ملم والضوء الساقط يتكون من حزمة متوازية طول موجتها 500 nm = ماهو موقع النظر أو الملاحظ بحيث يصبح($\Delta v = 3$).؟

(20 – 4)

جسم يحتوي على شريط أبيض منفرد وعرضه (b) بإعتبار الحالة أُحادية البعد ، جد دالة التردد الفسحي $U_{(0)}$ لضوء متجانس ينير الجسم .

21 – 4

في المسألة 4 – 20 إذا كان Mv للشق محدد بالقيمة $\pm v_{max}$ حيث v_{max} يقع في الصفر الثاني للدالة $U(v)$. جد دالة الصورة الناتجة $g'(y')$ على شكل تكامل .

الجواب : $g'(y') = 2\,\mathrm{Si}[2\pi b/(b - 2y')] + 2\,\mathrm{Si}[2\pi b/b + 2y')]$

حيث Si هوتكامل الجيب أي أن :– $\mathrm{Si}(u) = \int_0^y (\sin \mu/u)\,du$

22 – 4

ضع هولوغرام بسيط بالطريقة التالية :– وضع جسم (شريط أبيض ضيق منفرد) على مسافة (d) من قاعدة صفيحة التسجيل . ولنفرض أن طول موجة أشعة ليزر يساوي v وأُضيئت الصفيحة بشعاع المرجع يسقط عمودياً على الصفيحة . برهن على أن النموذج الناتج في الهولوغرام هو محزز ذو بعد واحد والمسافة بين الحزوز متغيرة بإتجاه y . ومثل بقيم عددية لهذه الابعاد لطول الموجة عندمــــا :–

$d = 10\text{ cm}, \lambda = 6328\text{ A}^{\circ}$
$y = 0, 1\text{ cm}, 5\text{cm}, 10\text{ cm}$

23 – 4

في المسألة(4– 22) وضح بصورة مفصلة كيف أن هولوغرام المضاء بضوء أُحادي اللون ، يُنتج شعاعين حائدين ، الاول يحدد الصورة الحقيقية للشريط والاخر يحدد الصورة الخيالية للشريط . والشعاع الاول يظهر مبتعداً من الخط (0) بالنسبة للجسم

الاصلي والاخر مقترباً للخط (0′) . أي من الصورة الحقيقية جد الزوايا الحقيقية للحيود لقيم مختلفة لـ (y) المعطاة في المسألة (4 – 22)، هل يظهر شعاع حائد من المرتبة الثانية أو أعلى ؟ .

24 – 4

إحسب نموذج الحيود لشق (opodized) بحيث أن دالة الانتقال هي g(y)

حيث :-
$$g(y) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos (2 \pi y / b) \right]$$

عندما $- b/2 < y < b / 2$

وتساوي صفر في الحالات الاخرى .

جد الشدة النسبية للنهاية العظمى الثانوية الاولى .

الفصل الخامس

البصريات في المواد الصلبة. Optics of solids

5 – 1 ملاحظات عامة General Remarks

ان دراسة انتشار الضوء خلال المواد وبالاخص المواد الصلبة يشكل واحداً من اهم فروع فيزياء البصريات . ان الظواهر البصرية المختلفة التي تظهرها المواد الصلبة كثيرة . منها الامتصاص الانتقائي والتفريق والانكسار المزدوج والاستقطاب ...وغيرها . ان معظم الخواص البصرية للمواد الصلبة يمكن ان تدرس استناداً الى النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية . وماهذاالفصل الاتطبيق لنظرية ماكسويل الجاهرية حول انتشار الضوء خلال المواد الصلبة .

5 – 2 نظرة جاهرية ومعادلات ماكسويل
Macroscopic view and Maxwells Equations

قدم العالم ماكسويل (J.C.Maxwell) في القرن التاسع عشر نظريته في الكهرومغناطيسية التي جاءت حصيلة الاعمال التي قام بها قبله علماء كثيرون منهم : كاوس وفراداي وامبير دعمتها تجارب عملية كثيرة . ان ماكسويل في نظريته لايؤكد فقط على ان موجات الضوء مستعرضة بل ويعطي ايضاً علاقة ثابتة بين الضوء والموجات الكهرومغناطيسية

ان الحالة الكهرومغناطيسية للمادة عند نقطة معينة ممكن وضعها باربعة مقادير

١ – الكثافة الحجمية للشحنة الكهربائية ρ (volume deusity of electric charge)

٢ – الكثافة الحجمية لثنائي القطب الكهربائي والذي يدعى بالاستقطاب $\vec{P}$ (Polarization)

٣ – الكثافة الحجمية لثنائي القطب المغناطيسي والذي يدعى بالتمغنطس $\vec{M}$ (Magnetization)

٤ – كثافة الكهربائي لوحدة المساحة والذي يدعى بكثافة التيار J (Current density)

ان المقادير الاربعة المارة الذكر لها علاقة بالمعدل الجاهري للمجالين $\vec{H}$. $\vec{E}$ بينها ماكسويل في معادلاته التالية :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \quad ...(1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} + \vec{J} \quad ...(2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{P} + \rho \quad ...(3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M} \quad ...(4)$$

حيث :

ε_0 : ثابت السماحية الكهربائية للفراغ = $8.85 \times 10^{-12}\ coul^2 / nt\ m^2$
(electric permittibity) اما النسبة بين $\varepsilon, \varepsilon_0$ (ثابت السماحية للوسط)
فتدعى بثابث العزل K_e (dielectric constant) او احياناً تدعى بمعامل
السماحية النسبي (relative permittivity) اي : $\varepsilon = \varepsilon_0 K_e$ و μ_0 :
ثابت النفوذية للفراغ $4\pi \times 10^{-7}\ nt.\ sec^2 / coul^2$ = (permeability
constant) اما النسبة بين μ, μ_0 (ثابت النفوذية للوسط) فتدعى بثابت النفوذية
النسبي (relative permeability) K_m أي : $\mu = \mu_0 K_m$

اما انطلاق الموجة الكهرومغناطيسية في الفراغ فيعرف على انه مساو :

$$v = 1 / \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = 3 \times 10^8\ m/sec.$$

هذه النتيجة النظرية جاءت مطابقة للنتائج العلمية التي قاسي فيها العالم فيـزو (Fizeau) (سنة ١٨٤٩) سرعة الضوء فكانت تساوي $315\ 300\ k_m / sec$. لذلك اصبح الاستنتاج قوياً في ان الضوء (بما في ذلك الاشعاع الحراري واي شكل آخر للاشعاع

الكهرومغناطيسي ان وجد) هو اضطراب كهرومغناطيسي بشكل موجات تسير في مجال كهرومغناطيسي تبعاً للقوانين الكهرومغناطيسية واصبح طبيعياً ان يرمز لسرعة الضوء في الفراغ بالرمز c . والمقدار الاكثر استعمالاً لـ c الآن :

$$c = 2.997924562 \times 10^8\ m/sec \pm 1.1\ m/sec$$

ان ماكسويل استطاع اثبات وجود الموجات الكهرومغناطيسية التي تمتلك خاصية موجات الضوء واعطى الشرح حول صفات هذه الموجات. وقال عنها انها تنشأ من الدقائق المعجلة وهي موجات مستعرضة وتسير بسرعة الضوء في الفضاء .

ان التجربة التي اثبتت وجود الموجات التي تنبأ بها ماكسويل كانت قد انجزت من قبل العالم هرتز (Hertz) سنة ١٨٨٧ . ومن اجل البرهنة على ان موجات هرتز هي موجات كهرومغناطيسية وجب ان تقاس سرعتها لتكون مساوية الى سرعة الضوء. ولقد قيست السرعة بصورة غيرمباشرة وذلك بقياس الطول الموجي λ عند معرفة التردد ($v = \lambda_2$) .
ولقد لوحظ انه عندما $\lambda = 5.4$ m , $v = 5.5 \times 10^7$ / sec فا $v = 3\times10^{10}$cm/sec
ولكن هذه القياسات لم تكن دقيقة لان التذبذبات في تجربة هرتز كانت تضمحل بصورة كبيرة لذلك فان λ لم تحدد بشكل دقيق. بعد ذلك جاء العالم مرسير (Mercier) فحصل على موجات غير مضمحلة بوساطة انابيب التذبذب المفرغة فاعطت النتيجة $v = 2.99 \times 10^{10}$ cm / sec . اذن فالسرعة المقاسة في هذه التجارب بينت انها مساوية لـ c التي جاءت موافقة للنتائج التي اجراها مايكلسون والآخرون.

والنقطة الاخيرة التي لابد من ذكرها هي ان الصفة الثنائية للموجات الكهرومغناطيسية

ادت الى بعض التساؤلات حول ما اذا كان الضوء يمثل بالمتجه الكهربائي او بالمتجه المغناطيسي وجوابا على هذه التساؤلات نؤكد بان الضوء يمثل بالمتجه الكهربائي وان في اي ضوء يوجد مجالان متلازمان دائماً هما المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي.

والآن لنرجع الى معادلات ماكسويل فنلاحظ بانه لووضعنا $\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$ حيث $\vec{D}$: الازاحة الكهربائية . وكذلك : $\mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \vec{B}$
حيث : $\vec{B}$ الحث المغناطيسي فان المعادلات من (١) الى (4) تصبح :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ...(5)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad ...(6)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \varrho \quad ...(7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \text{Zero} \quad ...(8)$$

ان استجابة الكترونات التوصيل للمجال الكهربائي تعطي بالمعادلة التالية :

(قانون اوم) $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

حيث σ: مع التوصيلية الكهربائية (electric conductivity)

اما العلاقة : $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ فانها تبين التكتل للشحنات المقيدة عند استجابتها للمجال الكهربائي . وكذا الامر بالنسبة الى العلاقات المغناطيسية فان $\vec{B} = \mu \vec{H}$. والعلاقة بين الاستقطاب والمجال الكهربائي المسلط تعطى بالمعادلة :

$$\vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \qquad ...(9)$$

حيث χ تدعى بالتقبل الكهربائي (electric suscepibility) وتساوي

$$\chi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1$$

في حالة الاوساط المتناظرة (isotropic) كالزجاج مثلا فان χ تكون مقداراً عددياً له نفس القيمة مهما كان اتجاه المجال الكهربائي المسلط . اما بالنسبة الى الاوساط غير المتناظرة مثل معظم البلورات فان مقدار الاستقطاب يتغير بتغير اتجاه المجال المسلط ولذا فان χ يعبر عنها بشكل تنسور (Tensor) وسنرى فيما بعد بان χ تلخص معظم الصفات البصرية للبلورة .

5 – 3 المعادلة العامة للموجة The General wave Eduation

عند دراستنا للبصريات في المواد الصلبة ، سنتعامل مع اوساط غير مغناطيسية ومتعادلة كهربائيا لذا فان $\vec{M}$, ρ تساويان صفرا ، وفي هذه الحالة تتخذ معادلات ماكسويل الشكل التالي :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad ...(10)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \vec{J} \qquad ...(11)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{P} \qquad ...(12)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \qquad ...(13)$$

المعادلة العامة للموجة بالنسبة للمجال $\vec{E}$ نحصل عليها من معادلة (10) ، (11) وبعد حذف $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t2} - \mu_o \frac{\partial^2 \vec{p}}{\partial t^2} - \mu_o \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \qquad ...... (14)$$

ان الحدين الموجودين في الجهة اليمنى من هذه المعادلة يدعيان حدود المصدر وينشآن من وجود الشحنات المستقطبة والشحنات الموصلة في الوسط . ففي حالة الاوساط غير الموصلة فان حد الاستقطاب $-\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{p}}{\partial t^2}$ له اهمية كبيرة فهذا الحد يفسر تأثيرات بصرية كثيرة تتضمن التفريق والامتصاص والانكسار المزدوج والنشاط البصري .

اما في حالة المعادن فان الحد $-\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$ هو المهم ونتائج حلول معادلة الموجة يفسر العتمة القوية للمعادن وانعكاسيتها العالية . وفي حالة اشباه الموصلات فيجب ان يؤخذ كلا الحدين بنظر الاعتبار ولو ان الناتج في هذه الحالة سيكون معادلة موجة معقدة .

5 – 4 انتشار الضوء Propagation of Light

الامتصاص والانبعاث والاستطارة

5 – 4 – 1 الانبعاثية والامتصاصية Emittance and Absorptance

ان مصادر الضوء المهمة بالنسبة الى تجارب البصريات وتجارب الاطياف يمكن تقسيمها الى صنفين :

١ – مصادر حرارية وفيها ينتج الاشعاع من درجة الحرارة العالية كالشمس التي درجة حرارتها تتراوح بين c 5000 الى c 6000

٢ – مصادر معتمدة على التفريغ الكهربائي خلال الغازات كالشرارة الحاصلة بسبب فرق الجهد العالي والتفريغ المصحوب بلمعان شديد في الانابيب المفرغة تحت ضغط واطيء .

ان اكثر المصادر استعمالاً في النواحي العملية لغرض الاضاءة هي الاشعاعات الصادرة من المواد الصلبة المتوهجة كمصباح التنكستن الذي تصل فيه درجة حرارة الخويط الى حوالي c 2100 بوساطة الطاقة الكهربائية المتبددة خلال المقاومة . وحينما تسخن المواد الصلبة فانها تعطي طيفاً مستمراً . ان كمية الاشعاع في هذا الطيف وتوزيعها بالنسبة الى الاطوال الموجية المختلفة وضعت بشكل قانون عرف بقانون كيرشوف kirchhoffs low of radiation وهو ينص على ان نسبة الاشعاع الانبعاثي الى الاشعاع الامتصاصي تساوي كمية ثابتة واحدة لجميع المواد عند الدرجة نفسها اي :

$$\frac{\omega}{a} = \text{كمية ثابتة} = \omega_{\beta} \quad (15)$$

حيث : ω الطاقة المشعة الكلية لوحدة المساحات في وحدة الزمن .

و a تمثل جزءاً من الاشعاع الساقط على السطح والذي لم ينعكس ولم يمر خلال السطح وقد استعملنا للمقدار الثابت الذي يمثل هذه النسبة الرمز ω_{β} ، لانه يمثل الانبعاثية للجسم الاسود اي الجسم الذي يمتص كل الاشعة الساقطة على سطحه . وبالنسبة الى الجسم المثالي فان $a_{\beta} = 1$ وعليه فان ω_{β} هي عبارة عن $\frac{\omega}{a}$ بالنسبة الى الاجسام الاخرى . ان قانون كيرشوف يمثل علاقة عامة بين الانبعاث والامتصاص للاشعاع من سطوح الاجسام المختلفة ، فاذا كانت الامتصاصية عالية فان الانبعاثية عالية ايضاً . وهنا يجب مبدئياً ادراك الفرق بين معنى الامتصاصية الذي هوكمية الضوء المختفية عند الانعكاس الاول ومعنى الامتصاص ضمن الجسم الذي يقاس بوساطة معامل الامتصاص α وهو مقدار الفقدان في الطاقة الضوئية عند مروره خلال المادة . والذي سيأتي ذكره فيما بعد .

ان علاقة الامتصاص بالامتصاصية ليست بتلك السهولة التي نتصورها . ففي المعادن مثلاً نرى ان معامل الامتصاص العالي يصاحبه انعكاسية عالية reflectance

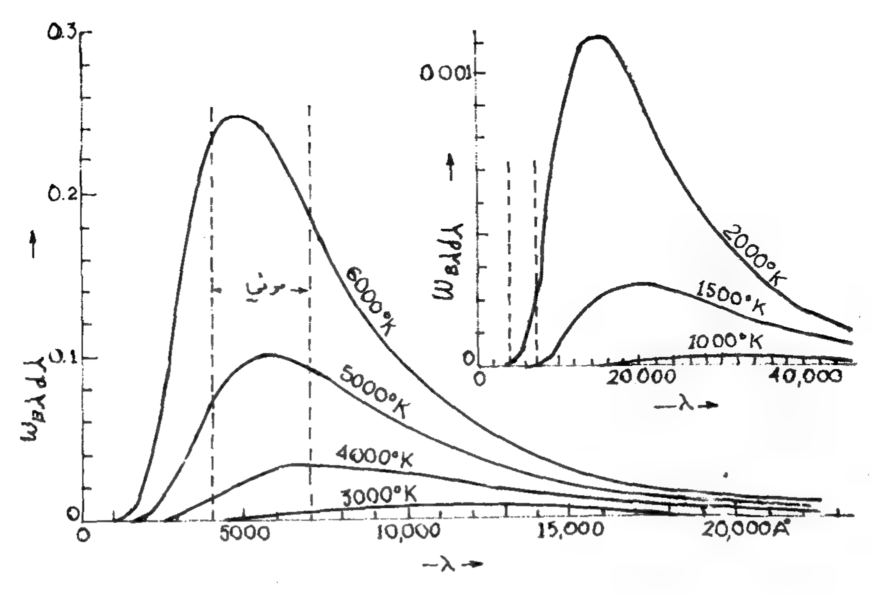
ولكن الانعكاسية العالية تعني ايضاً امتصاصية منخفضة . وعليه فبالنسبة الى المعادن وكذلك عموم السطوح الملساء للمواد النقية ، يعني معامل الامتصاص العالي – بالضرورة– امتصاصية منخفضة .

ان الجسم الاسود الذي يمثل (تقريباً) بقطعة الكاربون يعطي اعلى كمية من الاشعاع في الدرجة الحرارية المعطاة . اما المواد الشفافة او العالية الانعكاس فتكون باعثة ضعيفة للضوء المرئي حتى لو رفعت درجة حرارتها عالياً . وأخيراً فبالنسبة الى الاشعاع الواقع ضمن فروق صغيرة بالاطوال الموجية فان المعادلة (15) تكتب بهذه الصورة $\omega_{B\lambda} = \frac{\omega_{\lambda}}{a_{\lambda}}$

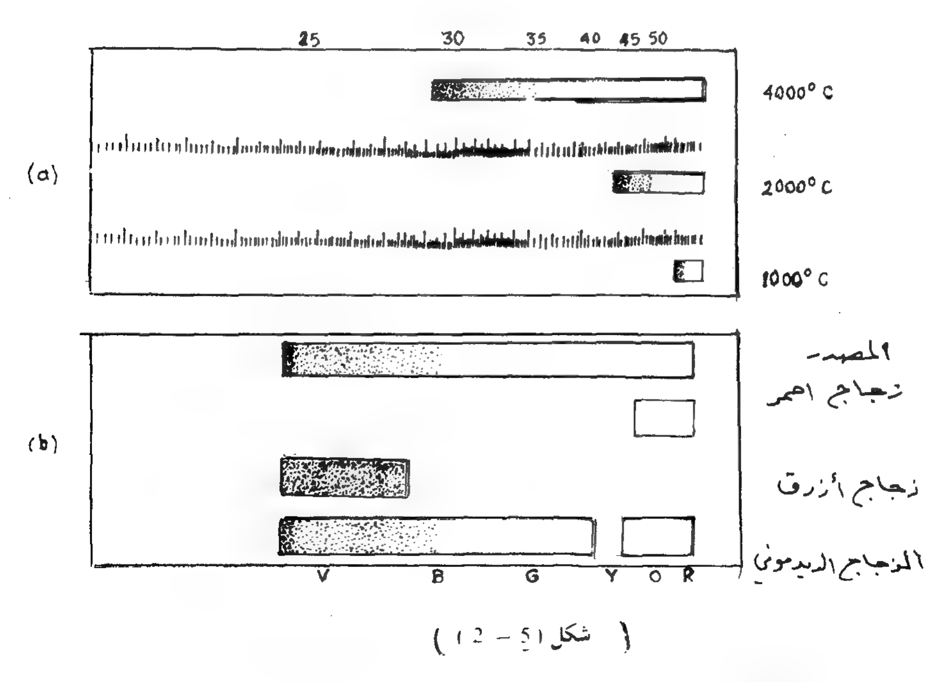
حيث ω_{λ} , a_{λ} يمثلان الانبعاثية والامتصاصية عند طول موجي معين.

5 – 4 – 2 الطيف المستمر Continuous Spectra

ان أكثر المصادر شيوعاً في بعث الطيف المستمر هي المواد الصلبة عند درجة الحرارة العالية . وعلى العموم فان الجسم الاسود الذي يمتص جميع الاطوال الموجية كاملة يؤخذ كمرجع للمقابلة مع الاشعاع من مواد اخرى . الشكل (5–1) يوضح توزيع الطاقة عند اشعاع الجسم الاسود في سبع درجات حرارية مختلفة . اما الشكل (5 – 2) فيبين صورة



شكل (5 – 1) توزيع الطاقة عند اسقاع الجسم الاسود لدرجات حرارة مختلفة.



شكل (5 – 2)

في (a) صورة الطيف المستمر للجسم الاسود عند ثلاث درجات حرارية : في (b) صورة طيف الامتصاص المستمر عند وضع زجاج ملون أمام المصدر الاصلي. قابل تأثير الزجاج الملون مع طيف المصدر الاصلي في اعلى شكل (b)

الطيف الحقيقي المقابلة لهذه المنحنيات . المنحني في درجة 2000°K يمثل مايحصل لخيط التنكستن والمنحني في درجة 6000° K مقارب لما يحصل في الشمس . المساحة تحت المنحنى تمثل الطاقة الكلية المنبعثة عند جميع الاطوال الموجية وتزداد بسرعة بزيادة درجة الحرارة فاذا كانت ω_β تمثل الطاقة الكلية المنبعثة من سطح الجسم الاسود لوحدة المساحات في وحدة الزمن T ودرجة الحرارة المطلقة فان قانون ستيفان –بولترفان (Stefan – Boltzwan) ينص على ان :

$$\omega_\beta = \sigma T^4 \qquad ...(17)$$

حيث الثابت σ = 5.669 × 10^{-8} Joul / ($m.^2$ sec. k^{o4})

اما λ_{max} فهي الطول الموجي عند اقصى ارتفاع لكل منحني وتعتمد على درجة الحرارة استنادا الى قانون الازاحة للعالم فين (Wien's displacement law)

$$\lambda_{max} T = const. = 0.2898 \times 10^{-2} \text{ m.deg} \qquad ..(18)$$

وبالنسبة الى شكل المنحني فيعطي بوساطة قانون بلانك (Plancks' law)

$$\omega_{\beta_\lambda} d\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \left(e^{C_2/T} - 1 \right)^{-1} d\lambda \qquad ... (19)$$

حيث c_1 و c_2 : مقادير ثابتة تعتمد على وحدة λ ولها علاقة مع الثوابت التي في المعادلتين (17) ، (18)

$\omega_{\beta_\lambda} d\lambda$: هي الانبعاثية للاشعاع غير المستقطب لوحدة المساحات عند وحدة الزمن في جميع الاتجاهات في مدى $d\lambda$:

ان هذه المعادلات تطبق فقط عند اشعاع الجسم الاسود المثالي وهذا لايمكن تحقيقه فعليا لان حالة الجسم الاسود تكون قريبة من المثالية . والملاحظة الاخيرة في هذا الباب هي ان الاجسام الصلبة الحارة تبعث كمية قليلة نسبيا من الاشعة فوق البنفسجية وحتى عند الدرجات الحرارية العالية لذلك يفضل استعمال الانابيب المفرغة عند تفريغها كهربائياً خلال غاز الهيدروجين تحت ضغط مابين 5mm الى 10 mm زئبق فعند مرور تيار شدته

بصفة الآف من الامبيرات خلال انبوب قطره 5mm عند فرق جهد مقداره 2000 volt فسنحصل على طيف مستمر عالي الشدة . اقصى شدة له تكون عند البنفسجي ثم تنحدر الى فوق البنفسجي حيث λ = 17 00 A

5 – ٤ – 3 العلاقة بين الامتصاص والانبعاث

Connection between Absorption and Emission

نستطيع ان نتصور ان انبعاث الضوء سببه الحركة الدورية للالكترونات في ذرة المصدر ، هذه الحركات تتسبب في ارسال موجات كهرومغناطيسية لها نفس التردد الذي

تمتلكه الجسيمات المشحونة ، وهذا مايشبه حالة الصوت المنبعث من الشوكة الرنانة اذ له تردد مساو لتردد الشوكة . لنأخذ مثلاً بخار الصوديوم فنرى ان كل جسيمة متذبذبة يكون ترددها مساوياً لتردد ضوء الصوديوم (كحالة الشوكة الرنانة) ، والان لو تصورنا ان ضوء الصوديوم قد ارسل خلال البخار فان ذرات الصوديوم ستستجيب للموجات الكهرومغناطيسية الساقطة ، والطاقة التي تمتصها من هذه الموجات تعود فتبعثها بشكل اشعاع الرنين (resonance radiation) . ان العلاقة بين الانبعاثية والامتصاصية لمادة ما بالنسبة الى ضوء له طول موجي معين من الضروري جداً ان تخضع للاعتبارات التي مرت قبل قليل . فاذا امتصت المادة بقوة ضوءاً له تردد واحد فيجب ان تكون ممتلكة لعدد كبير من الشحنات تردداتها المميزة مطابقة لتردد هذا الضوء وبالعكس لو ان هذه المادة تسببت باصدار ضوء فان هذه الذبذبات نفسها ستسبب انبعاثاً قوياً يمتلك التردد نفسه .

5 – 4 – 4 الامتصاص والاستطارة Absorpting and scattering

نحن نعلم ان الموجات تنقل الطاقة وان كمية الطاقة التي تمر خلال وحدة المساحات بصورة عمودية على اتجاه المسار في الثانية الواحدة تسمى بالشدة I (intensity) . فاذا كانت الموجة تسير بصورة مستمرة ومنتظمة وبسرعة v فسنحصل على كثافة طاقة محددة ثابتة اوطاقة كلية في وحدة الحجوم . فلو اخذنا مقطعاً أسطوانياً من الوسط مساحة مقطعه تساوي الوحدة وطوله $= v \times 1$ ، فان كل الطاقة الموجودة في هذا الحجم ستمر من المقطع في ثانية واحدة . لذا فان الشدة عبارة عن حاصل ضرب v في كثافة الطاقة . ان كلاً من كثافة الطاقة والشدة تتناسب مع مربع السعة A ومربع التردد الزاوي ω اي ان كثافة الطاقة $\omega^2 A^2$

في الموجات الكروية تتناقص الشدة I عكسياً مع مربع البعد عن المصدر وهذا ناتج عن حقيقة كون الكمية نفسها من الطاقة يجب ان تمر من اي كرة يكون مركزها المصدر

نفسه بشرط عدم حصول تحول في الطاقة الى اي شكل كان . فاذا حصل امتصاص فان كلاً من السعة والشدة في الموجات المستوية ستتناقص كلما توغلت الموجات اكثر فاكثر في الوسط ، وهذا مايحصل ايضاً بالنسبة الى الموجات الكروية ، فالنقصان في الشدة هنا سيكون اسرع طبقاً لقانون التربيع العكسي .

في الموجات المستوية تكون النسبة $\frac{dI}{I}$ من الشدة المفقودة خلال مرور الموجات من سمك صغير جداً مقداره dx تتناسب مع dx. اي أن :

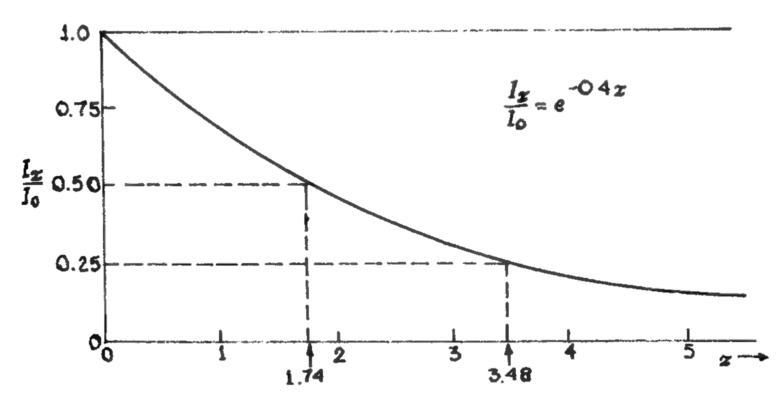
$$\frac{dI}{I} = -\alpha\, dx$$

حيث α : معامل الامتصاص . وهي قياس لنسبة الخسارة في الضوء من الحزمة الساقطة مباشرة . ومن اجل الحصول على مقدار النقص خلال المرور من سمك x فان :

$$\int_0^x \frac{dI}{I} = -\alpha \int_0^x dx$$

$$\therefore I_x = I_0\, e^{-\alpha x} \qquad ...(20)$$

هذا هو القانون الاساس للامتصاص ، والشكل (5-3) يبين العلاقة بين الشـــدة والسمك لوسط فيه $\alpha = 0.4\,/\,cm$



شكل (5 – 3) النقصان في الشدة لوسط معامل امتصاصه

لو ان حزمة ضوئية مرت خلال الصلب اوالسائل اوالغاز فان مرورها يتأثر بشيئين مهمين

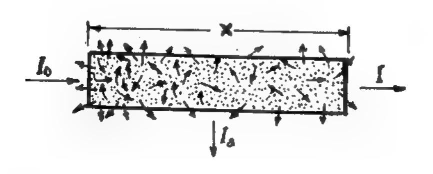
1) الشدة تتناقص كلما توغل الضوء اكثر خلال الوسط .

2) ان السرعة تكون اقل في هذا الوسط منها في الفراغ .

ان الفقدان في الشدة يكون مبدئياً اساسه الامتصاص وفي بعض الظروف تلعب الاستطارة دوراً مهماً .

لنفرض ان ضوءاً شدته I_0 يدخل خلال زجاجة اسطوانية مملوءة بالدخان كما في شكل 5 – 4 ، فانالشدة I الخارجةمن النهاية الثانية ستكون اقل من I_0 بالنسبة الى كثافة معينة من الدخان ، والعلاقة بين I , I_0 . ستكون كما في المعادلة (20) ولكن يمكن القول ان معظم النقصان في الشدة I لايعزى الى اختفاء حقيقي في الضوء ولكن ينتج من كون قسم من الضوء يستطير الى جهة بوساطة جزئيات الدخان ، لذا سيحذف من المباشرة . هذه الحقيقة موجودة حتى بالنسبة الى الدخان المخفف ...

ان الامتصاص الحقيقي يمثل الاختفاء للضوء والذي تكون طاقته قد تحولت الى حرارة للجزيئات الماصة في المواد . وعليه فان اسم معامل الامتصاص (α) لايكون ملائماً



شكل (5 – 4)تشتت الضوء الحاصل بسبب جسيمات الدخان الصغيرة

في هذه الحالة الا اذا اعتبر مؤلفاً من جزئين : α_a الذي يعزى الى الامتصاص الحقيقي و α_s ويعزى الى الاستطارة ، والمعادلة (20) يجب ان تكتب بهذا الشكل :

$$I = I_0 e^{-(\alpha_a + \alpha_s)} \quad ...(21)$$

وفي كثير من الاحيان اما ان تهمل α_a او α_s ولكن من المهم ان ندرك حقيقة كون حالات كثيرة لا تهمل أي منهما فيها .

5 – 4 – 5 امتصاصات متنوعة Various Absorption

يقال عن المادة انها تظهر امتصاصاً عاماً اذا كانت تقلل الشدة لجميع الاطوال الموجية بمقادير متساوية تقريباً ، وبالنسبة الى الضوء المرئي فهذا يعني ان ، الضوء النافذ ليس له لون معين يمكن تمييزه ، ولكن هناك نقصاً واضحاً بالشدة الكلية للضوء ككل . وعملياً فليست هناك مادة مثالية تمتص كل الاطوال الموجية بصورة متساوية ولكن يمكن القول أنه توجد مواد لها صفات قريبة مما ذكرناه .

ويقال عن مادة ما انها تظهر امتصاصاً اختيارياً (selective - absorption) اذا كان امتصاصها لاطوال موجية معينة اكثر من امتصاصها للبقية . وعملياً فان جميع المواد الملونة يعزى تلونها الى الامتصاص الاختياري لاجزاء من الطيف المرئي . لذا فان قطعة الزجاج الخضراء تمتص كلياً الاحمر والازرق ، اما البقية من الطيف النافذ فانه يعطي للعين الاحساس باللون الاخضر .

ان الالوان في معظم المواد الملونة مثل الاصباغ والورود . . . الخ تعزى الى الامتصاص الاختياري . يقال عن هذه المواد بانها تظهر تلوناً نسبة الى سطحها الخارجي ما دام لونها ينتج من الضوء النافذ لمسافة معينة خلال المادة نفسها وبعد ذلك ينحرف الطيف الباقي بوساطة الانعكاس والاستطارة . ولكن يحدث هذا بعد ان يكون الضوء قد سار مسافة ذات سمك معين خلال المادة وقد اكتسى باللون الاختياري الممتص . في جميع هذه الحالات فان الامتصاصية للمادة تتناسب مع الامتصاص الحقيقي وتعتمد على الطول الموجي .

ولكن لو اخذنا بعض المواد مثل المعادن كالذهب والنحاس . . . الخ فان لونها السطحي اساسه عملية الانعكاس عند السطح نفسه ، فهي تمتاز بقدرة الانعكاس القوية لقسم من الالوان (وفي الجسم الملون فان لونه يبقى كما هو سواء بالنسبة الى جزء الضوء المنعكس او المار) ولو اخذنا شريحة رقيقة من الذهب فنلاحظ أنها تظهر صفراء بالانعكاس وزرقاء مخضرة بالنفوذ . وكما بينا سابقاً فان الامتصاص لمثل هذه المواد يكون عالياً وهذا بدوره يسبب انعكاسية عالية يقابله امتصاصية قليلة .

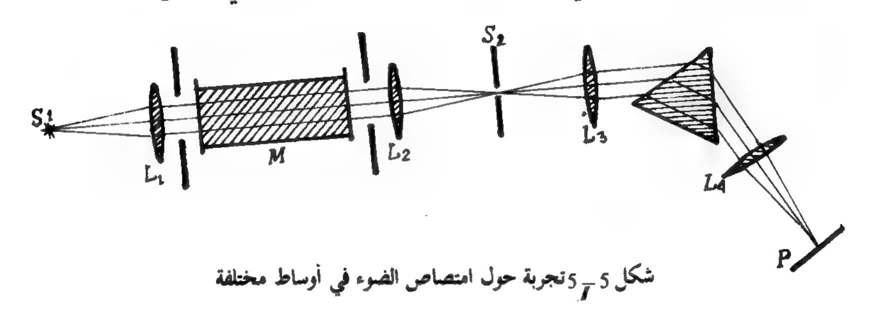
5 – 4 – 6 الامتصاص لمواد مختلفة

Absorption by several substances

a) في المواد الصلبة والسائلة

لو ان ضوءاً احادياً مر خلال سمك معين من صلب اوسائل موجود في اسطوانة شفافة، فان شدة الضوء المار اقل اوربما اقل كثيراً من الضوء الساقط بسبب الامتصاص .

وكمية الامتصاص تتغير بتغير الطول الموجي . ومن الممكن التحقق من كمية الامتصاص لمدى كبير من الاطوال الموجية في آن واحد وذلك باجراء التجربة في شكل (5 – 5) .



شكل 5 – 5 تجربة حول امتصاص الضوء في أوساط مختلفة

حيث S_1 يمثل المصدر الذي يعطي مدى مستمرا من الاطوال الموجية (كالمصباح العادي) يخرج الضوء من هذا المصدر متوازيا بوساطة العدسة L_1 ثم يمر من سمك معين من مادة ماصة M . بعدها يتجمع في بؤرة L_2 الواقعة على الشق S_2 للمطياف ذي الموشور . بعد ذلك تظهر صورة الطيف على الصفيحة P . فاذا كانت M مادة شفافة مثل الزجاج او الماء فان جزء الطيف على P والذي يمثل الاطوال الموجية المرئية – سيكون مستمرا وكأنما M غير موجودة .

ولكن لو لوّنت M فان جزءاً او شرائط من الطيف لن تظهر على الصفيحة P نتيجة للاطوال الموجية التي ازيلت بوساطة M . هذه الاجزاء المختفية سميت بـ شرائط الامتصاص بالنسبة الى المواد الصلبة والسائلة فان كل هذه الشرائط تقريباً مستمرة في صفاتها وتضمحل تدريجيا عند النهايات كما في شكل (5 – 2b)

ومن المهم ان نؤكد هنا انه حتى المادة التي تكون شفافة للضوء المرئي ستظهر امتصاصا اختياريا في مجال الاشعة تحت الحمراء او فوق البنفسجية . ولكن مثل هذه التجربة صعبة وذلك لكون مادة الموشور والعدسات تكون هي نفسها لها امتصاص اختياري قوي

في المناطق المذكورة في اعلاه . فمثلا زجاج الفلنت لايمكن استعماله عند ابعد من 25000° A في تحت الحمراء ولا وراء 3800° A في فوق البنفسجية وهكذا .. والجدول (5-1) يظهر حدود المناطق التي يمكن للضوء ان يمر فيها خلال مواشير مصنوعة

من تلك الانواع الزجاجية . وفي بحوث تحت الحمراء تستعمل عادة مواشير مصنوعة من الملح الصخري بينما في فوق البنفسجية يستعمل الكوارتز

جدول (5 ـ 1)

حدود مرور الضوء A^0

المـادة	فوق البنفسجية	تحـت الحمراء
الزجاج التاجي	3500	20×10^3
زجاج الفلنت	3800	25
الكوارتز	1800	
فلوريد الكالسيوم	1250	95
الملح الصخري اوكلوريد الصوديوم	1750	145
كلوريد البوتاسيوم	1800	230
فلوريد الليثيوم	1100	70

لقد وجد عمليا انه ليس هناك مادة لاتظهر امتصاصاً قويا لبعض من الاطوال الموجية فالمعادن تظهر امتصاصا عاماً واعتمادها على الطول الموجي ليس له أهمية تذكر ، وطبعا هناك بعض الشواذ فالفضة لها شرائط مرور واضحة قرب $\lambda = 3160°$ A ، وفلم الفضة الذي يبدو معتما للضوء المرئي يكون شفافا كليا لفوق البنفسجية . وبالنسبة الى المواد الرديئة التوصيل للكهربائية (العازلة) فانها تظهر امتصاصا اختياريا واضحا . وعلى العموم يمكن القول ان مثل هذه المواد تكون شفافة الى أكثر او أقل من حد معين بالنسبة الى أشعتي اكس وكاما أي الموجات الضوئية التي اطوالها الموجية اقل من حوالي 10^{-}° A ، وعند

الاقتراب من الاطوال الموجية الاكبر فسنجد منطقة الامتصاص القوية جداً والتـي تمتـد احيانا الى المنطقة المرئية واحيانا أخرى تتوقف قرب الاشعة فوق البنفسجية (جدول 5- 1)

وتكون شرائط الامتصاص واضحة في المنطقة تحت الحمراء وأخيرا فانها تعطي شفافية تامة تقريبا في منطقة الموجات الراديوية .

نستطيع ان نلخص ما مر بالنسبة الى العوازل بما يلي : التوقع بوجود ثلاث مناطق كبيرة للشفافية عند كل من الاطوال الموجية القصيرة والوسطى (من ضمنها الطيف المرئي) وثم الموجات الطويلة . وحدود هذه المناطق مختلف باختلاف المواد . فمثلا الماء يمكن ان يكون شفافا للضوء المرئي ولكنه معتم عند الاشعة تحت الحمراء ، والمطاط يمكن ان يكون معتما بالنسبة للضوء المرئي ولكنه شفاف لتحت الحمراء .

b) في الغازات

ان طيف الامتصاص لجميع الغازات عند الضغط الاعتيادي يكون بشكل خطوط سوداء حادة (وهذه هي الصيغة المميزة في الغازات) . اذا كان الغاز احاديا كالهيليوم او بخار الزئبق فان الطيف سيكون بشكل سلسلة من الخطوط المحددة . واذا كان الغاز ثنائياdiatomic opolyatomicاو متعددافستظهر خطوط حادة مميزةلهذاالنوع من الجزيئات ومن الجدير بالذكر ان طيف الامتصاص يكون بسيطا وشرائطه اقل من شرائط الانبعاث لنفس الغاز .

5 – 4 – 7التفلور The Flaurescence

b) في الغازات

لو ان طاقة ضوئية سقطت على غاز وحصل لها امتصاص حقيقي فان هذه الطاقة ستتحول الى حرارة تسخن الغاز . وبعد ان تكون الذرة او الجزيئة قد اخذت هذه الطاقة فأنها ربما ستصطدم بجسيمة اخرى اذ ان الزيادة في معدل سرعة الجسيمات يؤدي الى مثل هذه التصادمات .

ان مدة بقاء الذرة اوالجسيمة محملة بهذه الطاقة قبل حدوث اي تصادم لها يكون بين 10^{-8}sec–10^{-7} sec،فاذا لم يحصل لها تصادم قبل مرور هذا الوقت فانها (اي الجسيمة) ستتخلص من طاقتها بشكل اشعاع ، وعند الضغط المنخفض اي حينما يكون الوقت بين تصادمين كبيراً نسبياً فان الغازسيصبح مصدراً ثانوياً للاشعاع وعليه لا يكون الامتصاص حقيقياً . ان اعادة بعث الضوء في مثل هذه الحالة والتي فيها طوله الموجي مساو للطول

الموجي للضوء الساقط تسمى باشعاع الرنين (resonance radiation) الذي بحث بوساطة العالم وود (R.W . Wood) . ولكن في بعض الظروف يكون للضوء المعاد بعثه اطوالاً موجية اكبر من الضوء الساقط وهذا مايدعى بالتفلور . وفي اي من الرنين او التفلور فان خطوطاً سوداء تظهر في طيف الضوء المار .

b) في الصلبة والسائلة

لو اضيئت المواد الصلبة او السائلة بضوء تتمكن من امتصاصه فانها ربما عادت فبعثت ضوءاً فلورياً . وطبقاً لقانون ستوك فان الطول الموجي للضوء الفلوري هو دائماً اكبر من

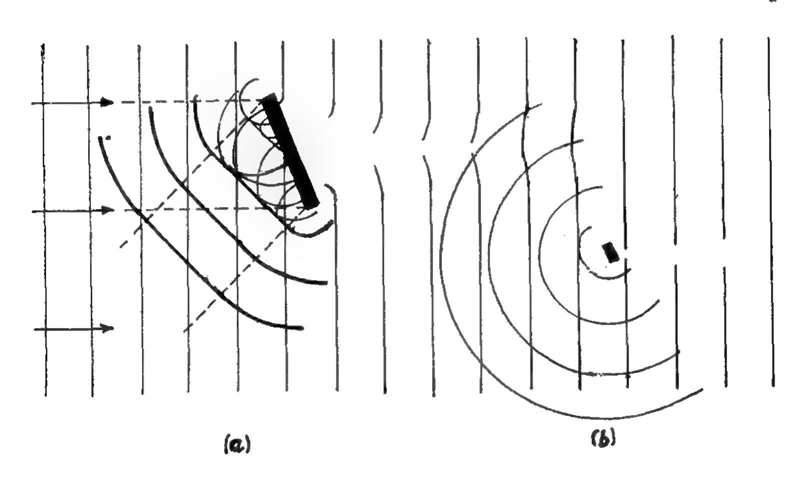
الضوء الممتص بعض المواد الصلبة تظهر اصراراً على استدامة الانبعاث للضوء ، لذلك فهي تنتهي بعد مرور ثوان او حتى دقائق على انتهاء سقوط الضوء وهذا مايدعى بالفسفرة Phosphoresceence

5 - 4 - 8 نظرية الاستطارة Theory of Scattering

لو مرت موجة كهرومغناطيسية على جسيمة صغيرة مرنة التقيد فان هذه الجسيمة ستأخذ بالحركة نتيجة للمجال الكهربائي E المؤثر . حينئذ يكون من المحتمل حصول الحالة التي فيها تردد الموجة مساوٍ للتردد الطبيعي للجسيمة الحرة المتذبذبة فنحصل على الرنين والتفلور عند شروط معينة وعلى الانعكاس الاختياري (او الانتقائي) تحت شروط اخرى . وفي كلتا الحالتين يحتمل حدوث امتصاص . اما الاستطارة من الناحية الاخرى فتحصل عند ترددات ليست موافقة او مطابقة للترددات الطبيعية للجسيمات وحركة الجسيمات الناتجة من ذلك تكون بشكل تذبذب قسري . فاذا كانت الجسيمة مقيدة بقوة خاضعة لقانون هوك فسيكون لهذه التذبذبات نفس تردد القوة الكهربائية في الموجة وبنفس اتجاهها .

ولكن سعة الموجة المستطيرة ستكون اقل مما هي عليه في حالة الرنين وهذا هو السبب للضعف النسبي في الاستطارة عن الجزيئات . واختلاف طور التردد القسري عما عليه في الموجة الساقطة هو المسؤول عن اختلاف سرعة الضوء في الوسط عنه في الفراغ من هذا نستنتج بان الاستطارة تشكل الاساس في التفريق والذي سيأتي ذكره فيما بعد والآن سنشرح باختصار الاستطارة بوساطة دقائق صغيرة .

اذا سقطت حزمة متوازية من الضوء على جسم صغير عاكس وكانت ابعاد الجسم اكبر من الطول الموجي لهذا الضوء فان ماينبعث أوينعكس من الجسم يكون محصلة تأثير مويـجات منتشرة من النقط المختلفة للجسم كما في شكل(5 — 6). اما اذا كان الجسم العاكس صغيراً جداً بحيث كانت ابعاده اصغر من الطول الموجي للضوء الساقط عليه فان الانتشار يكون قوياً بحيث ان جبهات الموجات المنعكسة تختلف قليلاً جداً عن جبهات الموجات المنتظمة 5 — 6b ، في هذه الحالة يفضل ان يقال عن الضوء المأخوذ من الحزمة الابتدائية : انه قد استطار ، ولا يقال عنه : قد انعكس ما دام قانون الانعكاس لا ينطبق هنا . كما انه لا يمكن حدوث تداخل بين المويـجات المنبعثة من النقاط المختلفة على السطح للجسيمة المسببة للاستطارة نظراً الى ان المسافات بين النقاط اقل بكثير من الطول الموجي للضوء λ .



شكل5–6 الانعكاس والاستطارة عن جسيمات صغيرة

ان اول دراسة حول قوانين الاستطارة بوساطة جسيمات صغيرة اجراها العالم رايلي Rayleish — ولذا دعي باستطارة رايلي — والبحوث الرياضية اعطت قانوناً عاماً لشدة الاستطارة للضوء I_s والذي يمكن تطبيقه بالنسبة الى الجسيمات ذات معاملات الانكسار المختلفة والشرط الوحيد هو وجوب كون ابعاد الجسيمة اقل من λ والقانون هو :

$$I_s = I_0 \frac{v^2}{\lambda^4 x^2} \qquad \ldots (22)$$

حيث ان : I شدة الشعاع الساقط على الجسيمة .

λ الطول الموجي للضوء الساقط . v = حجم الجسيمة . x =

المسافة التي تبعدها الامواج المستطارة عن موضع الجسيمة .

نستنتج من المعادلة (22) انه عندما يخترق الضوء الابيض المنبعث من الشمس طبقات الجو المحيطة بالكرة الارضية فانه يستطير بفعل الدقائق الصغيرة الموجودة في هذه الطبقات وتكون درجة استطارة الضوء الازرق اي شدة الضوء الازرق المستطير من هذه الدقائق اكبر من درجة استطارة الضوء الاحمر .

ومعنى هذا ان الضوء المستطير في طبقات الجو يغلب عليه المركبة الزرقاء وهذا هو السبب في زرقة السماء ، اما الاشعة الواصلة الى الارض فتقل فيها الموجات القصيرة بدرجة تتوقف على سمك الطبقة التي يخترقها الضوء فعند شروق الشمس اوعند غروبها تنفذ اشعة الشمس خلال طبقة سميكة من الهواء فتتجرد من الموجات القصيرة وتغلب فيها الموجات الطويلة ولهذا يرجع السبب في احمرار الشفق عند الشروق او عند الغروب .

5 – 5 انتشار الضوء في العوازل المتجانسة والتفريق

5 – 5 – 1 الاستقطاب الكهربائي .

Propasation o f hight in isotropic dielectriic and Dispersion

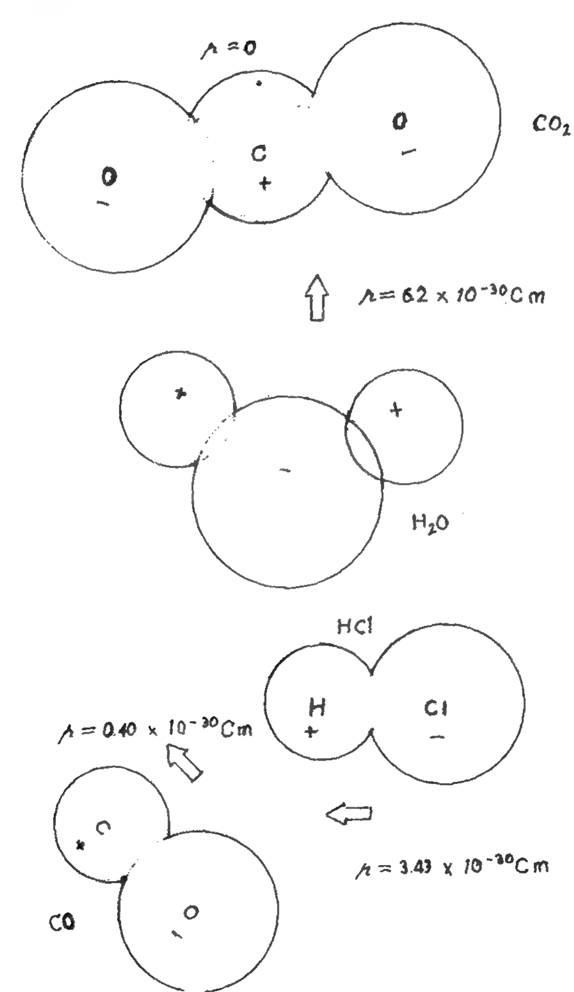
سنوضح هنا مميزات وخواص الموجات الكهرومغناطيسية في العوازل المنتظمة والمتجانسة نظراً الى كثرة استعمال مثل هذه المواد في تجارب الضوء على اختلاف انواعها كالعدسات والمواشير ... الخ .

حينما يعرض العازل لمجال كهربائي فان توزيع الشحنات الداخلية سيتشوه تحت هذا التأثير ، مقابل هذا يتولد عزم ثنائي القطب الذي يسهم في المجال الداخلي الكلي . ان تأثير

المجال الخارجي يؤدي الى ازاحة الشحنات الموجبة عن الشحنات السالبة للوسط . وعلى كل زوجين منهما يطلق اسم ثنائي القطب (dipole) والذي بحدوثه تضاف مركبة جديدة للمجال .

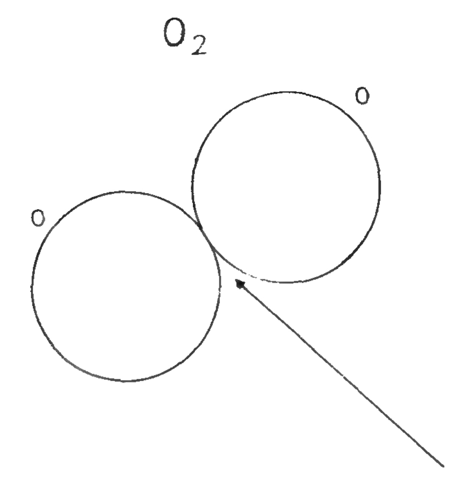
وهنا لابد من القاء نظرة عاجلة على اشكال الاستقطاب في المواد العازلة على العموم :
ان هذه المواد لا تحتوي على الكترونات حرة بعكس المواد الموصلة والسبب في هذا يرجع الى ان جميع الالكترونات في المدار الخارجي لذرة العازل مرتبطة بالنظام البلوري او التركيب الجزيئي للمادة .

ان قسماًمن العوازل تمتاز بكون جزيئاتها تمتلك عزماً ثنائياً دائمياً (Permanent dipole moment) نتيجة المشاركة غير المتكافئة لالكترون التكافؤ ومثل هذه الجزيئات تدعى بالجزيئات القطبية (Polar molecules) والماء احسن مثال على ذلك . ان مركز توزيع الشحنات الموجبة في الجزيئات القطبية غير منطبق على مركز توزيع الشحنات السالبة كما في شكل (7-5) ، ان التأثير الحراري يجعل هذه الجزيئات تترتب بشكل عشوائي ولكن عند تسليط المجال الكهربائي فان هذه الثنائية القطب تدور حول نفسها وتنتظم وتصبح محاور استقطابهافي اتجاه المجال ، ووفقاً لهذه الحالة فان المادة العازلة تكون قد استقطبت



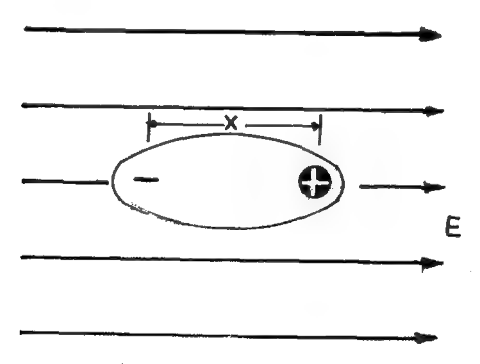
شكل (5—7) نماذج من الجزيئات القطبية وغير القطبية ومقدار واتجاه عزم الثنائي لكل منهم

يوجد قسم آخر من العوازل يمتاز بكون جزيئاته غير مستقطبة (nonpolar) اي ان مركز توزيع الشحنات الموجبة منطبق على مركز توزيع الشحنات السالبة مثل جزيئات الاوكسجين والهيدروجين شكل (8-5) . لكن تسليط المجال عليها يؤدي الى تشويه في



شكل 5-8 مركز توزيع الشحنات الموجبة منطبق على مركز توزيع الشحنات السالبة .

شكلها حيث تعاني الشحنات السالبة ازاحة عن موضعها بالنسبة الى النواة وبهذا يبتعد مركز توزيع الشحنة السالبة عن الشحنة الموجبة (النواة) وينتج عن هذا عزم ثنائي شكل (9-5) .



شكل 5 — 9 الشدة التي يحصل في شكل الجزيئات غير القطبية بعد تسليط المجال

بالاضافة الى هذا الاستقطاب الالكتروني توجد عملية استقطاب اخرى تطبق على الجزيئات بصورة خاصة كما في ايون بلورة ملح الطعام ، فبوجود المجال الكهربائي فان الايونات الموجبة والسالبة ستعاني من ازاحة بعضها لبعض ، وعليه سيحصل عزم نتيجة لما يدعى بالاستقطاب الايوني او الذري .

ان كل هذه الانواع من المزدوجات القطبية تتجه باتجاه المجال ، يزداد تراصفها بزيادة شدة المجال ونقصان درجة الحرارة .

5 – 5 – 2 التفريق The Dispersion

ان موضوع التفريق له علاقة بسرعة الضوء في المواد . وكيف انها – اي السرعة– تتغير بتغير الاطوال الموجية . وما دامت السرعة تساوي $\frac{c}{n}$ فان اي تغيرn يرافقه تغير في السرعة . ولقد رأينا ان التفريق للالوان الذي يحدث عند الانكسار في الحدود الفاصلة بين مادتين مختلفتين ، هو الدليل المباشر على اعتماد n على الطول الموجي (او التردد) والجدول يبين قياسات معامل انكسار الماء بالنسبة الى الموجات الكهرومغناطيسية المختلفة :

جـــدول 5 – 2

الطول الموجـي	التـــردد	n
$5{\cdot}89 \times 10^{-7}$m	$5{\cdot}1 \times 10^{4}$ H2	1.333
12.56	2.9	1.321
258	0.116	1.41
800	0.0375	1.41
0.40×10^{-2} m	750×10^{8} H2	5.3
1.75	171	7.82
8.1	37	8.10
65	4.6	8.88

وفي الحقيقة فان قياس انحراف خطوط الطيف بوساطة الموشور يمدنا باكثر المعلومات الصحيحة لتحديد معنى معامل الانكسار والسرعة كدالات للطول الموجي . ويوجد نوعان من التفريق : التفريق الاعتيادي والشاذ .

التفريق الاعتيادي The Normal Disperion

اذا سقطت اشعة مركبة (Polychromatic Waves) على موشور فانها ستتحلل . ثم تخرج ولكل لون منها زاوية مزوج θ معينة . ان نسبة تغير θ الى تغير الطول الموجي يسمى بالتفريق الزاوي $\left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)$ هذا الموشور وتكتب كما يلي :

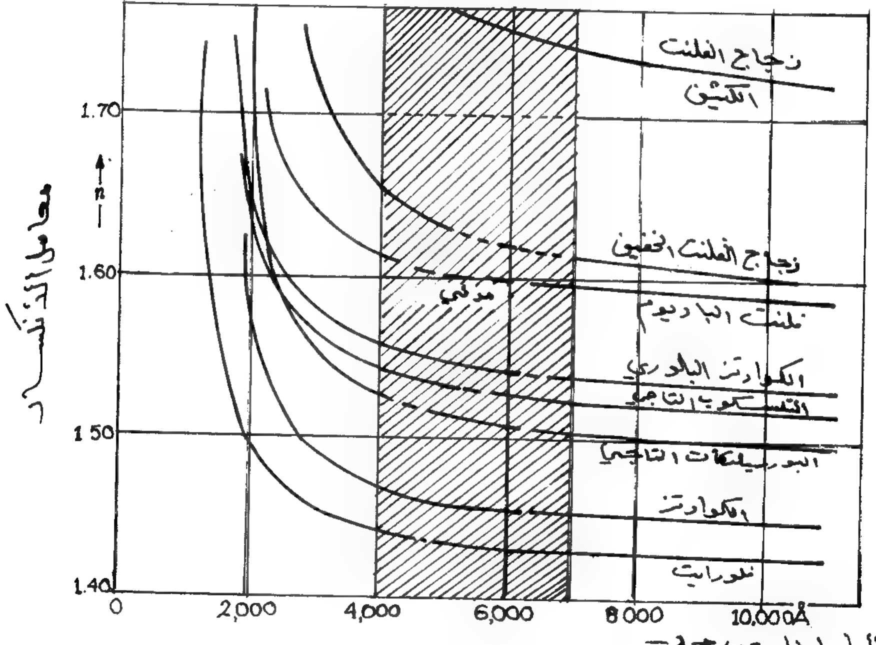
$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d\theta}{dn} \quad \frac{dn}{d\lambda}$$

حيث ان النسبة $\frac{d\theta}{dn}$ يمكن قياسها هندسياً ، وفي كثير من التحارب وجد بان مقدارها لا يتعدى الواحد .[1]

(١) راجع كتاب البصريات ، جنكيز وايت ، ص ٤٦٤ .

اما $\frac{dn}{d\lambda}$ فهي خاصية الموشور المهمة والمسماة بالتفريق والتي سنتكلم عنها بالتفصيل ولقد اخذت قياسات كثيرة بالنسبة الى انواع مختلفة من الزجاج حول تغير n مع λ كما يبينه الجدول (5 - 3)

لو رسمنا المنحنيات بين n و λ فانها ستكون مختلفة في بعض التفاصيل ولكنها جميعاً تمتاز بشكلها العام المتشابه ، ان هذه المنحنيات تمثل التفريق الاعتيادي كما في شكل (5 - 10) .ويجب ملاحظة مايلي :



شكل (5—10) اعتماد الطول الموجي على معامل الانكسار لمواد مختلفة

١ — معامل الانكسار يزداد كلما قلت λ

٢ — نسبة الزيادة تكون اكثر عندما تكون λ صغيرة .

٣ — لاي طول موجي يكون ميل المنحني اكثر انحداراً كلما زادت n بغض النظر عن نوع الزجاج المستعمل .

جدول 5 – 3

λ A	التلسكوب التاجي Telescope crown		البوروسيليكات التاجي Borosilicate crown		فلنت الباريوم Barium flint		الكوارتز Vitreous quartz	
	n	$-\frac{dr}{d\lambda}$	n	$-\frac{dn}{d\lambda}$	n	$-\frac{dn}{d\lambda}$	n	$-\frac{dn}{d\lambda}$
6563	1.52441	0.35×10^{-5}	1.50883	0.31×10^{-5}	1.58848	0.38×10^{-5}	1.45640	0.27×10^{-5}
6439	1.52490	0.36	1.50917	0.32	1.58896	0.39	7.45674	0.28
5890	1.52704	0.43	1.51124	0.41	1.59144	0.8	1 45845	0.35
5338	1.52989	0.58	1.51386	0.55	1.59463	0.68	1.46067	0.45
5086	1.53146	0.66	1.51534	0.63	1.39644	0.78	1.46191	0.52
4861	1.53303	0.78	1.51690	0.72	1.59825	0.89	1.46318	0.60
4340	1.53790	1.12	1.52136	1.00	1.60367	1.23	1.4669	0.84
3988	1.54245	1.39	1.52546	1.26	1.6087	1.72	1.4703	1.12

٤- لا يمكن ايجاد بياني لمادة معينة بمجرد معرفة البياني للاخرى .

ان الملاحظة الاولى تنطبق مع ما يحدث عملياً للمواد الشفافة ، فالبنفسجي اكثر

انحرافاً من الاحمر. والملاحظة الثانية يمكن التعبير عنها بشكل آخر : ان التفريق يزداد كلما قلت λ ، وهذا يأتي من كون $\frac{dn}{d\lambda}$ (ميل المنحني)يزداد تدريجياً باتجاه نقصان λ ، وهناك نتيجة مهمة لهذه الخاصية وهي ان الطيف الذي يكونه الموشور للضوء البنفسجي ينتشر على مدى اوسع من الضوء الاحمر. اما الملاحظة الثالثة فانها تتطلب ان يكون للمادة ذات معامل الانكسار العالي تفريق $\frac{dn}{d\lambda}$ واسع . وكمثال على ذلك نرى ان زجاج الفلنت له معامل كبير وعليه يعطي طيفاً كبيراً لتفريقه الواسع . واخيراً فاننا نرى ان طيف المواشير المختلفة المواد لا يتطابق بعضها مع بعض تماماً وهذا ما قصدت به الملاحظة الرابعة ، فالتفريق لكل مادة يختلف عن الاخرى .

كل المواد الشفافة غير الملونة تظهر تفريقاً اعتيادياً بالطيف المرئي ومعامل الانكسار لها مختلف من مادة لاخرى . وعلى العموم كلما كانت الكثافة كبيرة كلما كان معامل انكسارها كبيراً ، وكذلك الامر بالنسبة الى تفريقها . فنرى مثلاً ان كثافة زجاج الفلنت تساوي تقريباً 2.8 مرة اكثر من زجاج الكراون الذي كثافته 2.4 ويبدو واضحاً ان n للفلنت اكبر من n للكراون ولكن هناك بعض الشواذ ، فالايثر له معامل انكسار 1.38 ، اما الماء فمعامل انكساره 1.33 ، بينما كثافة الايثر اقل من الماء وهذا واضح من كون الايثر يطوف على سطح الماء .

5 – 5 – 3 المعادلة العامة والاساسية في التفريق

The General and Principal equation on Dispersion

تكون الالكترونات في الاوساط غير الموصلة المتناظرة مرتبطة بذراتها على الدوام وليس لها اتجاه معين او مميز وهذا ما دعي بالعازل البسيط . لنفرض ان كل الكترون في العازل قد ازيح مسافة $\vec{r}$ من موضع استقراره بسبب تسليط مجال كهربائي $\vec{E}$ ثابت فاذا كانت N تمثل عدد الالكترونات في وحدة الحجوم فستكون المحصلة الجاهرية لاستقطاب هذا الوسط تساوي :

$$\vec{P} = N(-e)\vec{r} \quad \ldots (23)$$

فاذا كان ارتباط الالـكترون بموضع استقراره ارتباطاً مرناً فان معادلة القوة تصبح :

$$-e\vec{E} = K\vec{r} \quad \ldots (24)$$

حيث K ثابت القوة . وعليه فان الاستقطاب الستاتيكي الثابت $\vec{P}$ يكون :

$$\vec{P} = \frac{Ne^2}{K}\vec{E} \quad \ldots (25)$$

فاذا كانت $\vec{E}$ تتغير مع الزمن فان المعادلة (25) تصبح غير صحيحة . ومن اجل ان نجد استقطاباً صحيحاً لهذه الحالة فيجب ان نأخذ بنظر الاعتبار الحركة الحقيقية . لهذا سنتصور الالـكترونات المقيدة بشكل متذبذبات حركتها توافقية مضمحلة وذلك لـكون الذرات او الجزيئات في المواد الصلبة والسائلة (والغازية الواقعة تحت ضغط عال) متقاربـ نسبياً فتظهر بعضها تجاذباً متبادلاً مع بعض وناتج ذلك يكون بشكل قوة احتكاك والتأثير يكون الاضحلال بالنسبة الى المتذبذبات وتبدد لطاقتهم في المادة بشكل حرارة (حركـة جزيئية وهذه العملية الاخيرة تسمى بالامتصاص) ولذا فالمعادلة التفاضلية لهذه الحركـة هي :

$$m\frac{d^2r}{dt^2} + m\gamma\frac{d\vec{r}}{dt} + K\vec{r} = -e\vec{E} \quad (26)$$

الحد $m\gamma\frac{d\vec{r}}{dt}$ يمثل الاضمحلال الناتج من قوة الاحتكاك والذي يتناسب مع سرعة الالـكترونات . (ملاحظة : ان القوة المغناطيسية $e\vec{v}\times\vec{\beta}$ تهمل بالنسبة للموجات الكهرومغناطيسية لأن هذه القوة اقل كثيراً من القوة الـكهربائية $e\vec{E}$) .

والآن لنتصور ان المجال الكهربائي المسلط تغير توافقياً مع الزمن بالشكل $e^{-i\omega t}$ ولنعتبر ان حركة الالـكترون لها نفس الاعتماد الزمني التوافقي كما للمجال فالمعادلة (26) تصبح

$$(-m\omega^2 + i\omega m\gamma + K)\vec{r} = -e\vec{E} \quad (27)$$

بناء على ذلك فالاستقطاب في المعادلة (23) يصبح

$$\vec{p} = \frac{Ne^2}{-m\omega^2 - i\omega m\gamma + K}\vec{E} \quad (28)$$

هذه المعادلة ترجع الى مقدارها الستاتيكي (25) عند $\omega = o$

نلاحظ بانه لمقدار معين من السعة للمجال الكهربائي المسلط فان الاستقطاب يتغير مع التردد وان طور $\vec{p}$ بالنسبة للمجال الكهربائي يعتمد ايضاً على التردد . وهذا واضح من الحد الخيالي الموجود في المقام . ان $\vec{E}$ الموجودة في المعادلة (28) هي في الحقيقة المجال الفعال عند موضع الالكترون . هذا المجال الفعال مساوٍ لمجموع المجال الكهربائي الجاهري والمجال الناتج من استقطاب الوسط . ان المجال الاخير مساوٍ لـ $\frac{\vec{p}}{3\,\varepsilon_0}$ ولذا فبدلاً من المعادلة (28) نكتب :

$$\vec{P} = \frac{Ne^2}{-m\omega^2 - i\omega m\gamma + k}\left(\vec{E} + \frac{1}{3\varepsilon_0}\;\vec{p}\right) \qquad \ldots (29)$$

حيث $\vec{E}$ هو المجال الكهربائي الجاهري . وعند حل المعادلة بالنسبة لـ $\vec{p}$ نحصل

$$\vec{P} = \frac{Ne^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}\,\vec{E} \qquad \ldots (30)$$

حيث ω_0 تمثل تردد الرنين الفعال للالكترونات المقيدة وتساوي :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{Ne^2}{3\,\varepsilon_0\, m}} \qquad \ldots (31)$$

ان معادلة الاستقطاب (30) مشابهة لمعادلة السعة للمتذبذب التوافقي المتحفز – كما يجب – مادامت ازاحة الكترونات الربط المرنة هي المسبب في تكوين الاستقطاب لذا نتوقع ان نجد ظاهرة رنين بصرية من نوع ما، يحدث لترددات الضوء بالقرب من تردد الرنين wo. وكما سنرى بان ظاهرة الرنين تبدو جليه وواضحة بشكل تغير كبير في معامل انكسار الوسط وكذلك عند الامتصاص القوي للضوء في اوبالقرب من تردد الرنين .

سنرجع الى المعادلة (14) لنبين كيف ان الاستقطاب يؤثر على انتشار الضوء فبالنسبة للعازل ليس هناك حد ناتج عن التوصيل ، والاستقطاب يعطى بالمعادلة(30) ويكون :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{-\mu_0 Ne^2}{m}\left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\right)\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \ldots (32)$$

وكذلك من العلاقة الخطية بين $\vec{E}, \vec{P}$ نستنتج من المعادلة (12) بان $\vec{\nabla}_1 \vec{E} = 0$ وبناءاً على ذلك: $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\vec{\nabla}^2 \vec{E}$ وتتخذ معادلة الموجة الشكل المبسط التالي :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2}\left(1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\right) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \dots (33)$$

والآن لنبحث عن حل بالشكل :

$$\vec{E} = \vec{E_0}\, e^{i(\beta z - \omega t)} \qquad \dots (34)$$

حيث β تمثل العدد الموجي . ان هذا الحل يمثل ما يسمى بالموجات التوافقية المستوية المتجانسة والتعويض المباشر يبين بان هذا الحل ممكن بشرط ان :

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\right) \qquad \dots (35)$$

ان ظهور الحد الخيالي في المقام يقتضي ان يكون العدد الموجي عددا عقديا ولغرض البحث عن المعنى الفيزياوي لـ β فسنعبر عنه بدلالة حدين أحدهما حقيقي والآخر خيالي :

$$\beta = k + i\alpha \qquad \dots (36)$$

حيث α تدعى بمعامل الامتصاص . وهذا معادل لنفس الشيء فيمالو ادخل معامل انكسار عقدي : $A = n + ib$ حيث

$$\beta = \frac{\omega}{c} A \qquad \dots (37)$$

و b يدعى بمعامل الانقراض والعلاقة بين α و b هي :

$$\alpha = \frac{\omega}{c} b \qquad \dots (38)$$

ولذا فالحل في معادلة (34) يمكن كتابته بشكل :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-\alpha z} e^{i(kz - wt)}$$

العامل $e^{-\alpha t}$ يبين ان السعة للموجة تقل اسيا مع المسافة ، وهذا يعني بأنه كلما تقدمت الموجة في الوسط امتصت طاقتها من قبله .

والعامل $e^{i(kz-wt)}$ يبين وجود موجة توافقية سرعة الطور فيها تساوي

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \qquad \dots (40)$$

من المعادلة (35) و (37) نجد :

$$A^2 = (n + ib^2) = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}\right) \qquad \dots (41)$$

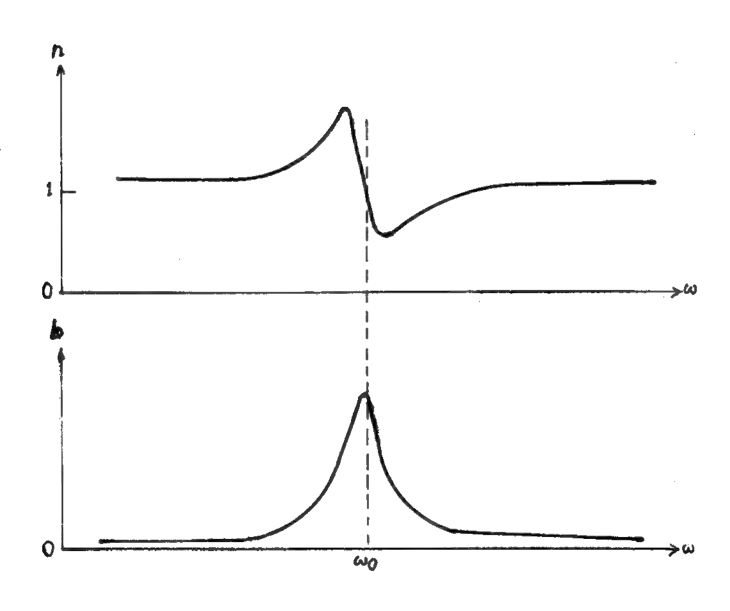
وعند ترتيب الحدود ينتج

$$n^2 - b^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega_0^2\,\omega^2}\right) \qquad \dots (42)$$

$$2nb = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}\left(\frac{\gamma\omega_0\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \gamma^2\,\omega_0^2\,{}^2\omega^2}\right) \qquad (43)$$

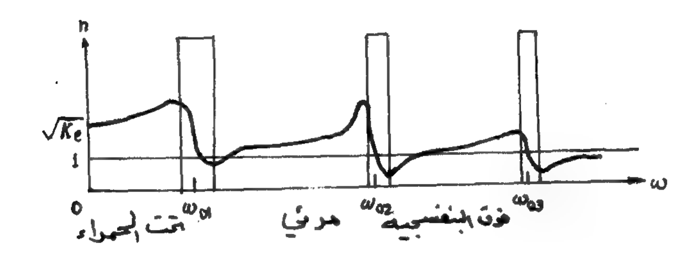
ومنها يمكن ايجاد الثوابت b,n .

الشكل (5 - 11) يبين اعتماد b,n على التردد . الامتصاص يكون أكبر

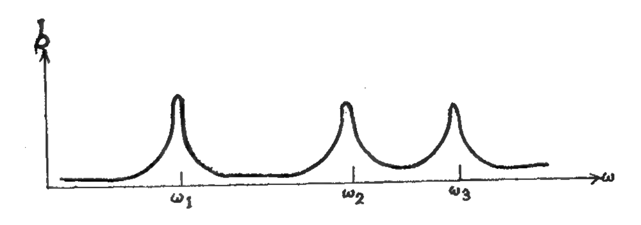


شكل 5- 11 يبين العلاقة بين معامل الانكسار ومعامل الاضمحلال وبين التردد قرب تردد الرنين

ما يمكن عند تردد الرنين wo ومعامل الانكسار يكون أكبر من الوحدة عند ترددات صغيرة ويزداد مع التردد عند الاقتراب من تردد الرنين وهذه هي حالة التفريق الاعتيادي التي تظهرها معظم المواد الشفافة في منطقة الطيف المرئي حيث تردد الرنين الأساسي يقع في المنطقة فوق البنفسجية وهذا هو السبب في الشفافية وانعدام اللون في منطقة الطيف المرئي ثم عتمتها في منطقة فوق البنفسجية . أما في أو قرب تردد الرنين فسيكون التفريق شاذا (anomalous) على أساس ان معامل الانكسار يقل عند زيادة التردد بنسبة $\frac{dn}{d\omega}$ تكون سالبة . ان سعات المتذبذبات تزداد بصورة ملحوظة ويصاحب هذا اضمحلال وامتصاص قوي لطاقة الموجات الساقطة ، وحد الاضمحلال سيكون هو الأكبر في المقام اما المناطق المحيطة بـ wo فتسمى بشرائط الامتصاص كما في شكل (5 – 12b) .



شكل (5 – 12a) معامل الانكسار كدالة للتردد ويلاحظ مواضع حزم الامتصاص (المستطيلات الغامقة)



شكل (5 – 12b) معامل الانكسار ومعامل الاضمحلال لمعدن فرضي حيث شرائط الامتصاص قرب تحت الحمراء والطيف المرئي وفوق البنفسجية .

التفريق الشاذ يمكن ملاحظته عمليا اذا كانت المادة غير معتمة عند تردد الرنين

فمثلا هناك اصباغ معينة لها شرائط اوحزم امتصاص في منطقة الطيف المرئي وتبدي تفريقا شاذاً في منطقة هذه الشرائط المواشير المصنوعة من هذه الاصباغ تنتج طيفا مقلوبا ، أي ان الاطوال الموجية تنكسر أكثر من الاطوال الموجية الصغيرة .

من المناقشة المارة الذكر يبدو واضحا بأنه تم-ضمنيا- اعتبار جميع الالكترونات متماثلة في تقيدها بذراتها ، لذا فلها جميعها تردد رنين واحد . ولكي نأخذ بنظر الاعتبار الحقيقة في كون الالكترونات المختلفة ممكن ان يكون لها ارتباطا مختلفا فسنفرض وجود عدد معين f_1 له تردد رنين w_1 ، وعدد آخر f_2 له تردد رنين w_2 .. وهكذا . الشكل النهائي لمربع معامل الانكسار العقدي يصبح :

$$A^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_o} \sum_j \left(\frac{f_j}{w_j^2 - w^2 - i\alpha_j w} \right) \qquad ......(44)$$

حيث (Σ) يشمل الانواع المختلفة للالكترونات والتي يمثلها الرمز
أما العدد f_j فيعرف بشدة المتذبذب . ان ثوابت الاضمحلال الموافقة للترددات المختلفة يرمز لها بالرمز γ_j .

الشكل (5 - 126) يبين اعتماد الأجزاء الحقيقية والخيالية لـ A على التردد كما جاء في المعادلة (5 - 44) . هذا الشكل يظهر حالة بعض المواد مثل الزجاج الذي يكون شفافاً في منطقة الطيف المرئي وله شرائط امتصاص في مناطق تحت الحمراء وفوق البنفسجية .

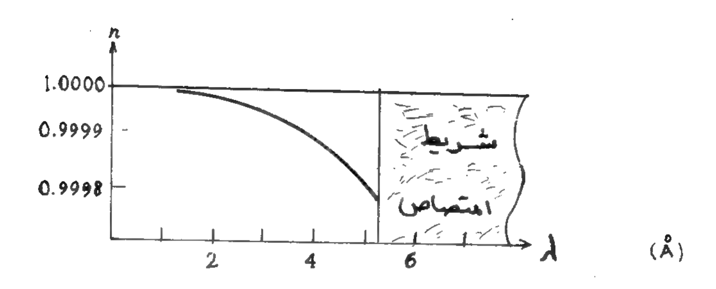
في حدود الترددات المساوية للصفر فان A^2 تقترب من المقدار :
$1 + \left(\frac{N e^2}{m \varepsilon_0} \right) \Sigma \frac{f_j}{\omega_j^2}$ هذا هو ثابت العزل الستايتلتي للوسط والذي اتى ذكره في الفصل الأول ان النظرية في منطقة التردد العالي تتنبأ بان معامل الانكسار يجب أن يقل عن الوحدة وثم يرتفع مقداره الى الوحدة عندما تصبح w مساوية الى مالانهاية (وهذه الحقيقة قد وجدت عملياً) .

ان حالة الكوارتز يمثلها الشكل (5 - 13) حيث رسم معامل الانكسار بالنسبة للطول الموجي في منطقة اشعة X. نلاحظ بانه اذا كانت ثوابت الاضمحلال γ_j صغيرة بشكل

كافي بحيث ممكن اهمال $\gamma_j\omega$ نسبة الى $(\omega_j^2 - \omega^2)$ في المعادلة (44) فان معامل الانكسار سيكون حقيقياً ويعطي بـ :

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{m\,\varepsilon_0} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega_0^2} \qquad (45)$$

وعندمايعبرعن هذه المعادلة بدلالة الطول الموجي بدلاً من التردد فانها تدعى بمعادلة سلمير (Sellmeier)



شكل (5 – 13) معامل الانكسار لكوارتز في منطقة اشعة

5 – 6 انتشار الضوء خلال الاوساط الموصلة
Propagation of light in conducting

ان تأثير التوصيل على انتشار الضوء خلال الوسط ممكن معالجته بنفس طريقة معالجة الاستقطاب (كما مر في 5 – 5) الفرق بينهما ان حد التوصيل سيكون هو المهم في المعادلة العامة للموجة وليس حد الاستقطاب . وبسبب القصور الذاتي لالكترونات التوصيل لن نستطيع كتابة $\vec{J} = \varepsilon \vec{E}$ لكثافة التيار . حيث التوصيلية الكهربائية ..

وبما ان الكترونات التوصيل غير مقيدة . اذن ليس هناك قوة معيدة مرنة كما كانت في حالة الاستقطاب . وعليه فالمعادلة التفاضيلية لحركة الالكترون تكون :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} + m\tau^{-1}\vec{v} = -e\vec{E} \qquad (46)$$

حيث $\vec{v}$ سرعة الالكترون $m\tau^{-1}$ يمثل ثابت التبدد المسبب عن الاحتكاك . هذا الثابت يعزى الى التوصيلية الستاتيكية كما سنرى . ومادامت كثافة التيار :

$$\vec{J} = -Ne\vec{v} \qquad (47)$$

فالمعادلة (46) يمكن التعبير عنها بدلالة $\vec{J}$ كما يلي :

$$\frac{d\vec{J}}{dt} + \tau^{-1}\vec{J} = \frac{Ne^2}{m}\vec{E} \qquad (48)$$

ان اضمحلال التيار المار يمكن تحديده بالمعادلة التوافقية التالية :

$$\frac{d\vec{J}}{dt} + \tau^{-1}\vec{J} = 0 \qquad (49)$$

والحل لها يكون $\vec{J} = \vec{J}_0 e^{-t/\tau}$ لذا فان تيار المرور سيضمحل بمقدار e^{-1} من قيمته الاصلية بعد مرور زمن τ وهذا مايسمى بزمن الاسترخاء بالنسبة الى المجال الكهربائي الستاتيكي تصبح المعادلة (48)

$$\tau^{-1}\vec{J} = \frac{Ne^2}{m}\vec{E} \qquad (50)$$

$$\sigma = \frac{Ne^2}{m}\tau \qquad (51)$$

لنتصور الاعتماد التوافقي للزمن $e^{-i\omega t}$ بالنسبة الى كل من المجال الكهربائي $\vec{E}$ ومحصلة $\vec{J}$ في المعادلة التفاضلية (48) ، ينتج ان :

$$(-i\omega + \tau^{-1})\vec{J} = \frac{Ne^2}{m}\vec{E} = \tau^{-1}\sigma\vec{E} \qquad (52)$$

وعند حلها بالنسبة الى $\vec{J}$ نجد :

$$\vec{J} = \frac{\sigma}{1 - i\omega\tau}\vec{E} \qquad (53)$$

وعند $\omega = 0$ فان المعادلة الاخيرة تصبح $\vec{J} = \varepsilon E$ وهي المعادلة الصحيحة بالنسبة الى الحالة الستاتيكية ، وعند استعمال التعبير الحركي (الداينمكي) بالنسبة الى $\vec{E}$ (المعادلة 53) ، عندئذٍ تتخذ المعادلة (14) الشكل التالي :

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{\mu_0 \sigma}{1 - i\omega \tau} \frac{\delta \vec{E}}{\partial t} \qquad ...(54)$$

وكل تجريبي ، سنأخذ حل الموجة المستوية المتجانسة التي شكلها :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\beta z - \omega t)} \qquad ...(55)$$

حيث كما في المعادلة (34) فان β ، اعتبرت عقدية . وبسهولة نجد ان يجب ان تحقق العلاقة التالية :

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{i \omega \mu_0 \sigma}{1 - i\omega \tau} \qquad ...(56)$$

وعند ترددات منخفضة فان المعادلة الاخيرة ستتخذ الشكل التقريبي التالي :

$$\beta^2 \approx i\omega \mu_0 \sigma \qquad ...(57)$$

وعليه : $\beta = \sqrt{i \omega \mu_0 \sigma} = (1+i)\sqrt{\omega \mu_0 \sigma / 2}$. وفي هذه الحالة فان الاجزاء الحقيقية والخيالية لـ ($\beta = k + i \alpha$) تكون متساوية وتعطى :

$$k \approx \alpha \approx \sqrt{\frac{\omega \sigma \mu_0}{2}} \qquad ...(58)$$

وبالمقابل فالمقادير لـ b,n تكون :

$$n \approx b \approx \sqrt{\frac{\sigma}{2 \omega \varepsilon_0}} \qquad ...(59)$$

ان ما يدعى بعمق السطح δ (skin depth) للمعادلة . هو تلك المسافة التي تقل فيها قيمة سعة الموجة الكهرومغناطيسية بمقدار e^{-i} من قيمتها عند السطح لذا :

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu_0}} = \sqrt{\frac{\lambda_0}{c \pi \sigma \mu_0}} \qquad ...(60)$$

حيث λ_0 الطول الموجي في الفراغ . وهذا يبين السبب في ان الموصلات الجيدة معتمة جدا . المقدار الكبير للتوصيلية σ يعطي معامل امتصاص (α) كبير يقابله عمق سطح

قليل . فمثلاً عمق السطح في النحاس لـ 1mm من الموجات القصيرة يكون حوالي 10^{-4} mm حيث $\sigma = 5.8 \times 10^{7} \frac{mho}{m}$

لنرجع الى التعبير المضبوط اكثر بالنسبة لـ β (المعادلة 56) ، ان الشكل المكافيء لهذه المعادلة يكتب بدلالة معامل الانكسار العقدي (37)

$$A^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\,\omega\,\tau^{-1}} \qquad ...(61)$$

حيث ω_p تمثل تردد البلازما بالنسبة الى المعادلة وتساوي :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{N e^2}{m\,\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0\,\sigma\,c^2}{\tau}} \qquad ...(62)$$

وعند ترتيب حدود الاجزاء الحقيقية والخيالية في المعادلة (61) نحصل على :

$$n^2 - b^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \tau^{-2}} \qquad ...(63)$$

$$2\,nb = \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \tau^{-2}} \left(\frac{1}{\omega\,\tau} \right) \qquad ...(64)$$

ومن هاتين المعادلتين يمكن ايجاد b ,n

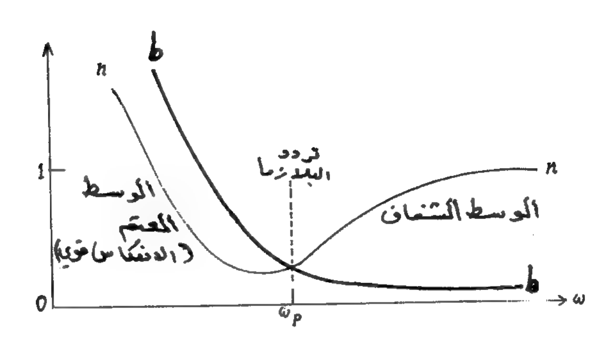
ان زمن الاسترخاء المثالي t للمعادلة ، كما استنتج من قياسات التوصيلية ، يكون بحدود 10^{-13} sec وهذه تقابل ترددات منطقة تحت الحمراء من الطيف . اما ترددات البلازما للمعادن فتكون تقريباً 10^{15} / sec والتي تقابل ترددات المنطقة المرئية والقريبة من فوق البنفسجية الشكل (5 – 14) يبين b , n كدالة لـ ω من معادلة 64,63

من هذا الشكل نلاحظ ان معامل الانكسار $\bar{n}$ إقل من الوحدة لمجال واسع من الترددات في منطقة تردد البلازما . اما المعامل المضمحل b فيكون كبيراً جداً عند الترددات القليلة (λ كبيرة) ويقل بصورة رتيبة مع زيادة التردد ثم يصبح قليلاً جداً عند ترددات اكبر من تردد البلازما ، ولذا فالمعادلة تصبح شفافة عند الترددات العالية .

لقد تم الحصول على تطابق نوعي مع ما تنبأته النظرية الكلاسيكية بالنسبة الى حالة الفلزات القلوية وبعض الموصلات الجيدة كالفضة والذهب والنحاس . اما بالنسبة الى الموصلات الضعيفة وأشباه الموصلات فان كلا من الالكترونات الحرة والالكترونات المقيدة يسهمون في صفاتها البصرية ، لذا فالنظرية الكلاسيكية تكون بالشكل :

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\,\omega\,\tau^{-1}} + \frac{Ne^2}{m\,\varepsilon_0}\,\Sigma\left(\frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\,\gamma_j\,\omega}\right) \quad (65)$$

ان النظرية الكمية تعطي علاقات مماثلة وكذلك تتنبأ بمقادير الباراميتر f_i , γ_j



شكل (5 – 14) معامل الانكسار ومعامل الاضمحلال عند ترددات مختلفة في المعادن .

الانعكاس والانكسار عن سطح وسط ماص

Reflection and Retraction at the Boundary of an absorbing medium

لنفرض ان موجة مستوية سقطت على سطح وسط يمتلك معامل انكسار عقدي :

$$A = n + i\,b \quad (66)$$

لنرمز لمتجه الانتشار المعقد للموجة المنكسرة بالرمز

$$\vec{\beta} = \vec{k} + i\,\vec{\alpha} \quad (67)$$

للسهولة سنأخذ الحالة التي يكون فيها الوسط الاول غير ماص ولذا سنستعمل الرموز

التالية (حيث السعة مشطوبة) والتي تمثل اعتماد الموجات الساقطة والمنعكسة والمنكسرة على الزمن في الفراغ :

الموجة الساقطة $e^{i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t)}$

الموجة المنعكسة $e^{i(\vec{k}_0{}' \cdot \vec{r} - \omega t)}$

الموجة المنكسرة $e^{-\vec{\alpha} \cdot \vec{r}} \quad e^{i(\mathbf{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = e^{i(\vec{\beta} \cdot \vec{r} - \omega t)}$

وكما هي الحالة عند الانعكاس والانكسار من سطح العازل (الذي مر في الفصل الثاني) فان الضرورة الى وجود نسبة ثابتة خلال المجال عند السطح الفاصل بين وسطين تقودنا الى المعادلة التالية :—

(68) (عند السطح الفاصل) $\vec{\mu}_0 \cdot \vec{r} = \vec{k}_{o'} \cdot \vec{r}$

(69) (عند السطح الفاصل) $\vec{k}_o \cdot \vec{r} = \vec{\beta} \cdot \vec{r} = (\vec{k} + i\vec{\alpha}) \cdot \vec{r}$

المعادلة الاولى تعطي القانون الاعتيادي للانعكاس . اما المعادلة الثانية وبعد تنظيم الاجزاء الحقيقية والخيالية فانها تعطى : $\vec{k}_{o'} \cdot \vec{r} = \vec{\mu} \cdot \vec{r}$ (70)

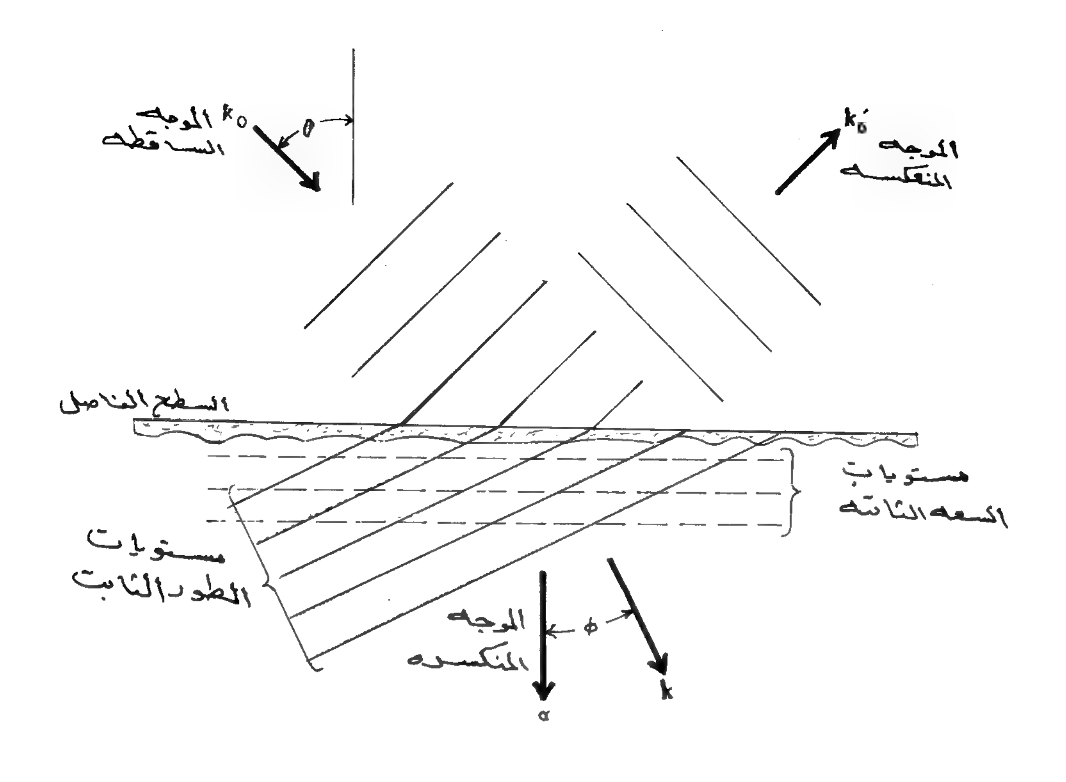
$0 = \vec{\alpha} \cdot \vec{r}$ (71)

هذه النتيجة تعني ان α على العموم يمتلكان اتجاهات مختلفة . في هذه الحالة يقال عن الموجة بانها غير متجانسة . وعملياً فان $\vec{\alpha} \cdot \vec{r} = 0$ تتطلب ان تكون $\vec{\alpha}$ (التي تعين اتجاه المستويات ذات السعة الثابتة) دائماً عمودية على السطح الفاصل .

ومن الناحية الثانية فان المستويات ذات الطور الثابت تعرف بالمتجه $\vec{\mu}$ والذي يمكن ان يتخذ اي اتجاه شكل(5 – 15)حيث الموجات تسير باتجاه الموجة $\vec{\mu}$ ولكن سعاتها تتناقص أُسيّاً مع المسافة z . حيث محور z عمودياً على السطح . لورمزنا لزاوية السقوط ϕ ولزاوية الانكسار بـ ϕ فالمعادلة 70 ستكون :

$$k_0 \sin \theta = k \sin \phi \qquad (72)$$

والآن لا نستطيع ببساطة وضع $k = n\,k_0$ كما فعلنا في حالة الموجات المتجانسة والتي نوقشت في هذا الفصل . فمن اجل ايجاد العلاقة بين متجه الانتشار ومعامل الانكسار العقدي . وجب الرجوع الى معادلة الموجة . وهذا يمكن لكتابته بالشكل التالي :



شكل (5 – 15) الأجزاء الحقيقية والخيالية لمتجه موجة

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{A^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \ldots(73)$$

وللموجات المستوية التوافقية يكون :

وعليه : (74)

$$\vec{\beta} \cdot \vec{\beta} = \frac{A^2 \omega^2}{c^2} = A^2 \mu_0^2 \qquad (74)$$

حيث $\mu_0 = \frac{\omega}{c}$ وعند كتابتها بالنسبة الى الاجزاء الحقيقية والخيالية نحصل :

$$(\vec{k} + i\vec{\alpha}) \cdot (\vec{k} + i\vec{\alpha}) = (n + i b)^2 k_0^2 \qquad (75)$$

وبعد ترتيب الحدود :

$$k^2 - \alpha^2 = (n^2 - b^2) k_0^2 \qquad (76)$$

$$\vec{k} \cdot \vec{\alpha} = k \alpha \cos \phi = n b k_0^2 \qquad (77)$$

وبعد اجراء عمليات جبرية للنتائج في اعلاه نحصل على :

$$\mu \cos \phi + i \alpha = k_0 \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \qquad (78)$$

وهذه تتخذ الشكل $k + i\alpha = k_0 n$ عند السقوط العمودي ($\theta = 0$) وهي العلاقة للموجات المتجانسة كما مر .

والآن سنعبر عن قانون الانكسار بدلالة معامل الانكسار العقدي

$$A = \frac{\sin \theta}{\sin \Phi} \qquad (79)$$

ان ϕ هنا عبارة عن عدد عقدي ، اذ ان معناها الفيزياوي غير بسيط ومع ذلك يمكن تعريفها كما موجودة في القانون في اعلاه ، وهذا يعني ان مهمة جداً في تبسيط المعادلات المتعلقة بالانعكاس والانكسار للاوساط الماصة . من تعريف ϕ يكون :

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \theta / A^2} \qquad (80)$$

وهذه الاخيرة مع المعادلة 78 تعطي شكلاً آخر لـ A:

$$A = \frac{k \cos\phi + i\alpha}{k_o \cos \phi} \qquad (81)$$

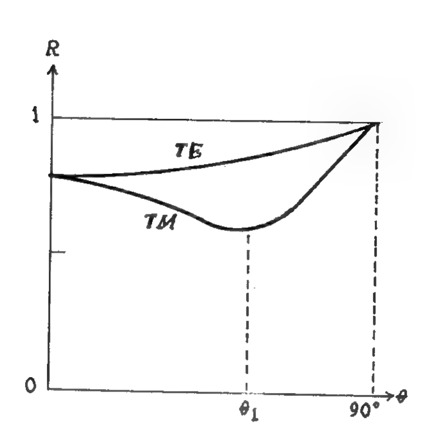
وفيما يتعلق بمسألة سعات الموجات المنعكسة والمنكسرة ، سنستعمل الرموز التالية بالنسبة الى سعات المجالين الكهربائي والمغناطيسي :

$$\vec{E} \qquad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0 \omega} \vec{k}_0 \times \vec{E} \qquad \text{الساقطة} \quad (82)$$

$$\vec{E}' \qquad \vec{H}' = \frac{1}{\mu_0 \omega} \vec{k}_{0'} \times \vec{E}' \qquad \text{المنعكسة} \quad (83)$$

$$\vec{E}'' \qquad \vec{H}'' = \frac{1}{\mu_0 \omega} \vec{\beta} \times \vec{E}'' = \frac{1}{\mu_0 \omega} (\vec{k} \times \vec{E}'' + i \vec{\alpha} \vec{E}'') \qquad \text{المنكسرة}$$

المعادلة ستشتق لحالة (T E) وعملية مناظرة يمكن ان تستعمل لحالة (TM)
والمتجهات الوثيقة الصلة بالموضوع هي نفسها موجودة في شكل (5 - 16)



شكل (5 - 16) الانعكاسية كدالة لزاوية السقوط لمعدن

ان الشروط الحدية التي تعطي استمرارية المركبات المماسية للمجالين الكهربائي والمغناطيسي بالنسبة الى استقطاب (T E) هي :

$$E + E' = E'' \quad ...(85)$$

$$- H \cos\theta + H' \cos\theta = H''_{tang} \quad ...(86)$$

وعند تطبيق المعادلات (82). (84) على المعادلة الثانية نجد :

$$- k_0 E \cos\theta + k_0 E' \cos\theta = - (k E'' \cos\phi + i\alpha E'') = - Ak_0 E'' \cos\Phi \quad ...(87)$$

حيث الخطوة الاخيرة تأتي من المعادلة 81 . والان سيحذف E'' من المعادلة (85) (87) لنحصل على الناتج النهائي .

$$\text{(TE)} \qquad \frac{E'}{E} = \frac{\cos\theta - A\cos\Phi}{\cos\theta + A\cos\Phi} \qquad ...(88)$$

ان نسبة السعة المنعكسة الى السعة الساقطة في هذه المعادلة لها نفس الشكل كما في حالة العوازل (المعادلة 52) ، الفرق الوحيد هو ان A, Φ عقدية . المعادلة المناظرة لاستقطاب TM لها نفس الشكل في حالة العوازل :

$$\text{(TM)} \qquad \frac{E'}{E} = \frac{-A\cos\theta + \cos\Phi}{A\cos\theta + \cos\Phi} \qquad ...(89)$$

ان الصفات العامة للانعكاسية $R = \left|\frac{E}{E'}\right|^2$ كما حسبت على ضوء النظرية اعلاه موجودة في شكل (5 – 16) حيث رسمت R كدالة لـ θ لحالة فلز مثالي :

الانعكاسية لاستقطاب TE تزداد بصورة رتيبة من مقدارها عند السقوط العمودي الى مقدار الوحدة عند السقوط المماسي للسطح (grazing) حيث $\theta = 90°$ ومن جهة اخرى فبالنسبة الى استقطاب TM ، فان الانعكاسية تكون اقل ما يمكن وشكلها يصبح مسطحاً عند زاوية معينة θ_1 والتي مقدارها يعتمد على الثوابت البصرية . هذه الزاوية تدعى بالزاوية الاساسية للسقوط وهي تقابل زاوية بروستر للعوازل .

السقوط العمودي Normal incidence

في حالة السقوط العمودي فان كلتا المعادلتين (88) و (89) تعطيان نفس النتيجة

$$\frac{E'}{E} = \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{1 - n - ib}{1 + n + ib} \qquad ...(90)$$

والمعادلة التي تعبر عن الانعكاسية العمودية هي :

$$R = \left|\frac{1 - A}{1 + A}\right|^2 = \frac{(1 - n)^2 + b^2}{(1 + n)^2 + b^2} \qquad ...(91)$$

وهذه المعادلة الاخيرة تصبح لها نفس القيمة كما في العوازل عندما تقترب b من الصفر ، وعندما يصبح معامل الانكسار حقيقياً . من الناحية الاخرى فان معامل

الاضمحلال b بالنسبة الى المعادن يكون كبيراً ، ينتج من هذا انعكاسية عالية R والتي تقترب من الوحدة عندما b تساوي ما لانهاية .

قبل قليل بينا أنه بالنسبة الى المعادن ، فان كلا من n و b يكونان كبيرين ويقتربان من المقدار $\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}$ عند حدود الترددات القليلة (المعادلة 59) ، ومن السهل أن نبين من المعادلة (91) ان الانعكاسية في هذه الحالة تعطى بالمعادلة التقريبية :

$$R \approx 1 - \frac{2}{n} \approx 1 - \sqrt{\frac{8\omega\varepsilon_0}{\sigma}} \qquad \ldots(92)$$

والتي تعرف باسم معادلة هاكن وروبين (Hagen – Ruben)

اسئلة الفصل الخامس

س[1] بين ان تغير السطور الذي يحدث للانعكاس عند السقوط العمودي يساوي

$$\tan^{-1}\left[\frac{-2b}{n^2 - b^2 + 1}\right]$$

حيث b,n الاجزاء الحقيقية والخيالية لمعامل الانكسار . بين أنه كلما $b \to 0$ يصبح تغير الطور π (في حالة $1 < n$). ويساوي صفراً (في حالة $1 \leq n$)

س[2] نفرض وجود معدن له $\sigma = 4 \times 10^7 \frac{\text{mho}}{\text{m}}$ على $2 \times 10^{28} \frac{\text{electron}}{\text{m}^3}$ المعادلات التالية : لكل من

a) زمن الاسترخاء

b) لتردد البلازما

c) الاجزاء الحقيقية والخيالية لمعامل الانكسار .

d) الانعكاسية عندما $w = 2w_p$

س[3] بين ان لوكانت b<<n فان :

$$1)\quad n \approx 1 + \frac{N e^2}{2 m \varepsilon_0}\left(\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

$$2)\quad b \approx \frac{N e^2}{2 m \varepsilon_0}\left(\frac{\gamma \omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

س[4] اشتق معادلة ساليمر لمعامل الانكسار كدالة للطول الموجي

$$n = B_o + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots$$

س[5] احسب الانعكاسية للنحاس حينما $\lambda = 1\text{mm}$ ، $\lambda = 1\,\mu\text{m}$ عند السقوط العمودي

س6 الانعكاسية عند السقوط العمودي لمعدن تساوي 80 ٪ معامل الامتصاص $50\ cm^{-1}$
احسب الاجزاء الحقيقية والخيالية لمعامل الانعكاس .

س7 بالنسبة للالمنيوم وعندما تكون $\lambda = 5500\,°A$, $n = 1.55$, $\underset{\sim}{b} = 3.2$: الانعكاسية ومعامل الامتصاص وتغير الطور للانعكاس عند السقوط العمودي .
[الجواب: $R = 30.69$, $\alpha = 364.000\ cm^{-1}$, $\phi = 39°$]

(المصادر)

1- Introduction to Modern optics , by Grent R. Fowles, Holt , Rine hart and winston I NC . U.S.A.

2- Fundamental of optics and Modern physicsHugh. D, Young , Mc. Graw. Hill. Book company , U.S.A.

3- Fundamental of oPtics by Jenkins and white , McGraw - Hill Book - company INC. U.S.A.

4- Optics by Evgence Hecht and Al - Fred Zajac , Addison - wesley publishing company , U.S.A.

5- Optic , by Francis westonSears , Addison - wesley publishing company INC. U.S.A.

6- Fundamental University physics . VoL. 11 by M. Alonso and Edward . J. Finn Addison - wesely publishing company . INC. U.S.A.

7- An Introduction to coherent optics and Holography bh G. W. Stroke .

المحتويات

المقدمة ٣

الفصل الاول – انتشار الضوء ٥

الظواهر البصرية الاولية وطبيعة الضوء ٥

الثوابت الكهربائية وانطلاق الضوء ٦

سرعة الضوء في وسط مادي ٨

الامواج التوافقية البسيطة بسرعة الطور ٩

مصادر الامواج الكهرومغناطيسية ١٣

طرق اخرى لتمثيل الموجات التوافقية ١٤

الموجات الكروية ١٥

سرعة المجموعة ١٥

ظاهرة دوبلر ١٨

اتساع دوبلر لخطوط الطيف ٢٢

تجارب ساكناك ، مايكلسون وكيل لكشف الدوران ٢٣

تجربة مايكسلون ومورلي ٢٤

فرضيتا انشتاين للنسبية الخاصة ٢٩

البصريات النسبية ٣٠

صيغة دوبلر النسبية ٣٣

ازاحة دوبلر المستعرضة ٣٤

زوغان ضوء النجم ٣٥

اسئلة الفصل الاول ٣٧

الفصل الثاني – طبيعة الضوء الاتجاهية ٤١

معنى الاستقطاب ٤١

ملاحظات عامة ٤٣

مرور الطاقة ومتجه بوينتنك ٤٦

قانون التربيع العكسي ٤٧

الاستقطاب الخطي ٤٨

الاستقطاب الدائري ٥٠

الاستقطاب الاهليجي ٥٢
تمثيل الاستقطاب بوساطة المصفوفات – رياضيات جونس ٥٣
الاستقطاب المتعامد ٥٤
الاستقطاب بالانعكاس... ... ... ٥٦
زاوية الاستقطاب وقانون بروستر ٥٩
الاستقطاب بالانكسار ٦١
الاستقطاب عند المرور من مجموعة من الالواح المتوازية ٦٢
قانون مالس ٦٤
الاستقطاب بالانكسار المزدوج ٦٥
الاستقطاب بوساطة البلورات ذات الامتصاص الانتقائي ٦٩
الاستقطاب بالاستطارة... ... ... ٧٢
الانعكاس والانكسار عن فاصل مستو... ... ... ٧٣
سعات الموجات المنعكسة والمنكسرة ومعادلات فرنيل ٧٥
زاوية بروستر على ضوء معادلات فرنيل ٨١
تغير الطور عند الانعكاس الداخلي ٨٢
اسئلة الفصل الثاني ٨٥
الفصل الثالث – التشاكه والتداخل ٨٧
مبدأ التراكب الداخلي ٨٧
تجربة يونك ٨٩
طرق اخرى لتوضيح ظاهرة التداخل ٩٢
تجربة مايكلسون في التداخل ٩٣
نظرية التشاكه الجزئي ٩٧
وقت التشاكه وطول التشاكه ١٠٠
التحليل الطيفي لسلسلة من موجة محدودة ١٠٤
التشاكه الفراغي ١٠٨
المصادر الممتدة – قياس اقطار النجوم ١١٢
مقاييس تداخل الشدة ١١٤
تحويل فورير الطيفي ١١٥
التداخل لحزم متعددة ١١٧

مقاييس التداخل لفابري بيرو ١٢٢
القدرة التحليلية لاجهزة فابري – بيرو ١٢٥
نظرية الاغشية المتعددة... ... ... ١٢٨
الافلام غير العاكسة ١٣١
الاغشية ذات الانعكاسية العالية ١٣٢
مرشح التداخل لفابري – بيرو.. ... ... ١٣٤
اسئلة الفصل الثالث ١٣٥
الفصل الرابع – الحيود... ... ... ١٣٩
الفكرة العامة ١٣٩
النظرية الاساسية في الحيود ١٤٠
معادلة – فرينك – لحيرجوف ١٤٢
شقوق متنامة وقاعدة بابينت ... ...
حيود فرانهوفر وحيود فرنيل ١٤٦
نماذج حيود فرانهوفر ١٤٨
الحيود من شق منفرد ١٥٠
الحيود من الفتحة المستطيلة ١٥٢
الحيود من فتحة دائرية... ... ... ١٥٤
الحيود من الشق الثنائي ١٥٧
الحيود حاجز ذي عدة شقوق – محزز الحيود ١٥٩
القدرة التحليلية للمحزز.. ... ... ١٦١
نماذج حيود فرنيل ١٦٤
مناطق فرنيل ١٦٤
صفيحة فرنيل ذات المناطق ١٦٨
حيود فرنيل من فتحة مستطيلة... ... ... ١٦٩
تطبيقات على تحولات فورير في الحيود ١٧٥
الترشيح الفسحي... ... ... ١٨٠
تباين الطور ومحززات الطور ١٨٣
اعادة تركيب مقدمة الموجة بالحيود – هولوغرافي ١٨٦
جهاز تداخل الهولوغرافي ١٨٩

اسئلة الفصل الرابع ١٩٠
الفصل الخامس – البصريات في المواد الصلبة ١٩٧
ملاحظات عامة ١٩٧
نظرية جاهرية ومعادلات ماكسويل ١٩٧
المعادلة العامة للموجة ٢٠٠

انتشار الضوء ٢٠١
الانبعاثية والامتصاصية ٢٠١
الطيف المستمر ٢٠٢
العلاقة بين الامتصاص والانبعاث ٢٠٥
الامتصاص والاستطارة... ... ... ٢٠٥
امتصاصات متنوعة ٢٠٨
الامتصاص لمواد مختلفة ٢٠٩
التطور ٢١١
نظرية الاستطارة... ... ... ٢١٢
الاستقطاب الكهربائي ٢١٤
التفريق ٢١٧
التفريق الاعتيادي ٢١٧
المعادلة العامة والاساسية في التفريق ٢٢٠
انتشار الضوء خلال الاوساط الموصلة... ... ... ٢٢٥
الانعكاس والانكسار عن سطح وسط ماص ٢٣١
السقوط العمودي ٢٣٦
اسئلة الفصل الخامس ٢٣٨
المصادر ٢٣٩